청의미칼럼모음집

꿈보다는 철학을 가져야 하는 이유

명확한 목표를 가지고 공부해야 한다고 말을 합니다.

당연히 명확한 꿈이 있다면 그 꿈을 이루기 위해 열심히 할 수 있어요..

근데 언제부터일까요. 꿈이 생기면 공부를 열심히한다는 그런 말 때문에

'급조된 꿈'을 가지려고 하는 사람들이 많아졌습니다.

조금만 더 생각해보세요. 당신이 의대를 가려는 이유가 환자를 치료해주는건지

아니면 돈을 벌고 안정된 직장을 찾는것인지를 생각해보셔요..

급조된 꿈으로 자기를 속이는 것으로, 공부를 더 잘할 수 있으리라 보기는 힘듭니다.

자기가 원하는게 아니니까요.

그렇다면 어떻게 해야할까요?

적어도 당신이 원하는 삶의 모습이 있을겁니다.

내가 어떤 모습이 되었으면 좋겠다.

예를들어, 주말은 쉬고싶다는 그 모습을 그릴 수도 있고,

일에 열중하고, 그 일에 빠져서 하루종일을 보내는 그림을 그릴 수 있어요.

혹은 공부를 실컷 한다던가, 여유롭게 커피를 마시는 모습을 원하는 사람도 있어요.

아니라면 춤추며 놀거나, 음악을 하는 모습을 꿈꿀 수도 있습니다.

어떻게 살 것인가. 이것을 우리가 철학이라 합니다.

철학에서 비롯된 목표를 꿈이라고 하지요. 그렇다면 우리는 직업보다는 철학을 가져야합니다.

당신이 어떤 직업을 가지던 관계없이 어떤 삶을 살 것인지를 생각해보세요.

자신이 잘하는것과 좋아하는 것은 직접 겪어보면 크게 달라집니다.

당신이 상상했던 모습과 다른 경우도 있을거에요. 그것은 좀더 많은 고민을 필요로합니다.
그렇지만 적어도 당신이 원하는 한조각 삶의 모습을 생각해야합니다.

그에 맞는 직업을 그때부터 찾아나가야 하는 것이지요.

꿈을 억지로 만들지 마세요. 그보다는 당신이 어떤 사람인지 자문하세요.

당신이 어떤 철학을 가지는지를 질문하고, 그것에 따라 살면 됩니다.

흙수저라..

여러분, 저는 흙수저에요

예를 들어볼까요?

저희집은 겨울마다 연탄난로를 피웠어요.

그게 보일러값보다 싸니까. 그렇지 않고서야 얼어죽으니까.

인강 하나만 사게 해달라는 부탁을 들어줄 사람은 없었어요.

EBS도 고3때 잘 못샀어요. 그럴 금전이 없었어요..

고3때 저는 기출문제를 풀어야한다는 걸 몰랐어요.

그렇게 수능을 보고, 망하죠. 다시 제가 일해서 번 돈은 100만원남짓..

과외는 상상을 못해요. 인강도 솔직히 못하겠어요. 제 책값도 안돼요...

그렇다고 더 벌기엔, 뒤쳐질까봐 못하겠어요. 이게 최선이었어요..

문제 수가 많은 마플이나, 쎈 위주로 수학을 풀기 시작해요. 어떻게든 그래야했어요.

1년동안 100만원이에요.. 100만원.. 그걸로 뭘 할 수 있을까요?

밥 한끼에, 책 사고 나면 펜 하나 살 돈도 나오지않아요..

15시간 공부했어요. 문제를 많이 풀고 양치기했어요.

어떻게든 바득바득 잡아보려고 애썼어요. 그런데 결과는 참혹했어요..

1등급 겨우오르거나 떨어진것들도 많이 보여요..

대학은 들어갔어요. 하지만 대출금을 받아요. 생활비 대출도 나오지만 대학에서 생활하는 비용이 만만치않아요.
학교 다닐 때, 지하철 정기권을 끊어요. 그래야 조금이나마 더 교통비를 줄이니까.

반수를 시작했어요.

기출문제는 제본을 합니다. 양면 1장에 50원 하는 제본집에서 전 기출문제 다 제본해요.

해설은 없습니다. 정답도 없어요. 정답은 인터넷에서 봅니다. 인터넷의 해설은 믿을수없어요.

제가 직접 다시 풀면서 해설합니다. 생각하면서 해설 안되는 것들도 붙잡고 해설해요..

교과서랑 기출문제 아니면, 볼게 없습니다.

그래도 겨우 구한 개념서에 기출문제가 수록되어서 어려운 문제는 해설 찾아 보곤했어요..

오르비 무료 모의고사를 이용합니다. 프린트 값은 별로 들지 않아요.

영어가 절박할 때 이 교재를 사야할까 고민을 많이 했어요. 원서비가 남을까 계산이 안됐어요.

결국 수시 원서비를 줄이기 위해 수시지원을 줄입니다.

그 돈으로 8월즈음에 영어책 사고, 실전모의고사 2개를 삽니다..

그렇게 하면서 공부했어요. 밥 한끼에 3000원 하는 국밥집 있어요.

점심은 매번 거기로 갑니다. 아 물론 요즘에도 가끔 가요.. ㅋ

저녁은 안먹거나 두유 먹으면서 버팁니다. 그렇게 하루 11시간을 채워요.

그렇게 했어요. 그렇게 공부했어요.

여러분 저한테 많이 물어보시는게, 어떤 책으로 공부했어요? 어떤 인강 추천하세요?

어떤 과외선생님이 좋아요? 학원은 어디??

이런거 난 몰라요. 난 들어본 적도 없고 생각해본 적도 없다구요..

이렇게 공부했어요..

근데 그렇게 했는데, 어떻게 잘 되더라구요.

국어 만점, 수학 만점에 영어 꽤 잘나오더라구요.
어떻게 대학을 가더라구요..

흙수저 얘기가 많이 나와서 하는 말입니다.

저도 그랬어요. 제가 한 말 그대로 기억해요.

“당신이 얼마나 힘들었던 간에 당신이 더 힘드니까 참고 견뎌라하는 권리는 없어요..”

“그런 말이 상처받은 사람에게 얼마나 가혹한지 겪어본적 있나요.. 더 힘들었다는게 위로가 될 지언정.

그게 벼슬일 수는 없는거라구요..“
네

벼슬일 수는 없습니다. 근데 할 수 있어요. 여러분

힘들거에요. 엄청 너무 힘들거라 생각해요. 막막하고 답답할거라 생각해요..

그래도 할 수 있어요. 믿고 생각하고 고민하면 됩니다. 정직하게요.

공부는 ‘열심히’가 아니라 ‘잘해야’합니다.

쓴 소리일 지도 모릅니다.

제가 15시간 공부했다는 소식을 듣고, 누군가는 정말 열심히 하려고 노력했답니다.

하지만, 제가 하고싶었던 말은 방향성 없는 노력은 실패한다는 것이었어요.

공부는 '열심히'가 아니라 '잘'해야 합니다.

그걸 저는 재수를 망하고서야 깨달았어요. 이런 이야기는 제 이야기입니다.

진짜 보기좋게 망하고 3달동안 폐인생활을 했습니다.

제가 돈벌고서 또 남은 돈이 있네요.

10만원 남짓 남았습니다. 만원이 십만원같아서 못쓴 돈이 남아있었습니다.

그걸로 피시방 1시간에 500원 하던 곳으로 매일같이 5천원 넣고 10시간씩 게임만 합니다.

그것도 혼자서요.

쓴소리긴 하지만, 제 경험입니다. 여러분의 이야기가 될 수 있지만

제 경험담을 이렇게 적는다고 생각해주시고 봐주시길 바랍니다.

여러분은 왜 마냥 열심히 하시나요?

계속 강조했듯이 그저 열심히 한다고 해서 실력이 마냥 오르는 건 아닙니다.

두유 4팩만 먹으며 15시간씩 공부했던 나 역시 그 노력만 본다면 반드시 원하는 대학에 갔어야 했지만, 그렇지 못했죠.

그때 뼈저리게 느낀 건 열심히 하는 것만으로는 부족하다는 것이었습니다.

결과적으로, 노력보다 중요한 건 바로 이것이었습니다.

‘부족한 것을 채우는 것.’

공부라는 것 자체가 계속해서 부족한 부분을 채워나가는 과정입니다.

그렇다면 부족한 부분을 어떻게 채워나가야 할까요? 매우 간단합니다.

고민과 생각을 하고, 스스로에게 계속해서 질문하면 됩니다.

공부의 양은 곧 생각의 양과 같고, 생각과 고민은 질문에서 나오기 때문입니다.

모든 학습에서 질문과 답은 필수적인 과정입니다.
공부를 하다 보면 모르는 게 반드시 나오고, 이때 질문을 던지게 되며, 그에 대한 답을 찾으면서 학습이 이루어지니까요.

부족한 것을 채우는 방법

공부를 잘하고 싶다면 반드시 자기 자신에 대해 잘 알아야 합니다.

내가 어떤 것이 부족한지를 반드시 객관적으로 보아야 하죠.

예를 들어볼까요? 오답노트는 왜 쓰는 걸까요?

대부분의 학생들이 오답노트에 정리하면서도

자신이 제대로 쓰고 있는 건지, 이게 효과가 있는 건지 끊임없이 의심합니다.

그럴 때는 한번 자신에게 물어보세요. 도대체 오답노트는 왜 쓰는 걸까요?

정확하게는 ‘오답노트를 써야 하나요?’라는 질문은 질문부터 틀렸습니다.

그전에 ‘왜 오답노트를 써야 하는지’를 생각해야 하죠.

오답노트를 쓰는 이유는 나의 부족한 점을 알기 위해서입니다.

즉, 그 오답이 자신의 약점을 알려주는 단서이기 때문이죠.

사실 오답을 계속 보기 위해서 오답노트를 만드는 것일 뿐입니다.

책으로 계속 오답을 볼 수 있다면, 오답노트를 굳이 만들 필요는 없습니다.

중요한 것은 오답노트 자체가 아닌, 오답을 분석하는 습관입니다.

푼 문제의 오답을 분석할 때 고려해야 하는 두 가지 질문을 다음과 같습니다.

첫째, ‘내가 왜 틀렸는가?’

둘째, ‘이 문제를 다시 보았을 때 맞히려면 무엇을 해야 하는가?’

이때 이 질문에 대한 답은 반드시 자신이 해야 합니다.

개개인마다 능력과 이해도, 공부의 양 등이 천차만별이기 때문입니다.

무작정 남들이 하는 공부를 따라가려 하지 마세요.

남이 아닌 자신에게 맞춰줘야만 약점을 채울 수 있습니다.

그러므로 내가 맞힌 것보다 '틀린 것'부터 공부해야 합니다.

그리고 우리의 과제는 그 약한 부분을 목표에 맞게 채워나가는 것입니다.

공부할 때 필요한 것은 두 가지입니다.

1. 공부의 목표가 담긴 교과서 혹은 교과서에 준하는 어떤 것.

2. 어떤 게 부족한지 알 수 있을 만한 문제집 혹은 연습 도구.

이 두 가지가 준비되었다면 이것들을 이용한 공부의 기본은 네 가지로 요약됩니다.

1. 교과서를 이용해 학습 목표를 파악하고, 그 목표를 이루기 위한 방법을 정한다.

2. 문제집을 풀면서 교과서에서 말해주는 방법대로 적용해본다.

3. 틀린 부분을 파악한 후, 교과서의 관련 부분을 살펴보고 약점을 보완한다.

4. 위의 세 가지를 단계를 반복한다.

그렇다면 우리는 각 과목의 일반적인 목표에 대해 어느정도 알 필요가 있습니다.

기본에 충실한 공부법

다음 부분에서 공부의 일반적인 방향에 대해서 정리하겠습니다.

세부적인 방향은 각자의 차이가 있습니다.

여기서는 기본을 이야기 합니다. 그 기본에 맞도록 공부하시길 바랍니다.

국어

국어 과목에서 비문학과 문학의 목적은 무엇일까요?

필자가 쓴 글의 내용을 **이해**할 수 있니?

필자가 쓴 글의 내용을 **공감**할 수 있니?

사실 이 두가지가 기본입니다.

이 두가지를 전달하기 위해 강사님들이 그렇게나 노력하시는 거에요..

저는 전문적인 국어영역의 감사가 아니기에 약간 러프하게나마 전달하겠습니다.

비문학의 경우 : 처음 부분에 집중하세요.

비문학은 사설이나 책에서 지문을 발췌합니다.

여러분이 보는 글의 소재는 여러분이 지금까지 한번도 알지 못한 것일 가능성이 높아요.

예를 들어, 여러분은 콘크리트에 대해서 자세하게 알아본 적 있습니까?

신채호의 사상에 대해서 잘 알아보신 적은 있으신가요?

여러분이 잘 아는 소재는 왠만하면 나오지 않습니다.

필자도 여러분이 잘 알거라 기대하지 않아요.

하지만, 필자는 여러분이 그 개념을 알았으면 좋겠습니다.

그래서 반드시 좋은 글은 독자가 계속 읽고싶게 만들어야 합니다.

그러려면, 처음부터 주제와 관련한 독자의 궁금증을 유발할 수 밖에 없어요.

이 부분을 캐치하셔야합니다. 처음 부분에서 필자가 제시한 주제를 찾으세요.

그것이 질문일 수 있고, 어떤 예시일 수도 있습니다.

역사가 신채호는 역사를 아(我)와 비아(非我)의 투쟁 과정이라고 정의한 바 있다. 그가 무장 투쟁의 필요성을 역설한 독립운동가이기도 했다는 사실 때문에, 그의 이러한 생각은 그를 투쟁만을 강조한 강경론자처럼 비춰지게 하곤 한다. 하지만 그는 식민지 민중과 제국주의 국가에서 제국주의를 반대하는 민중 간의 연대를 지향하기도 했다. 그의 사상에서 투쟁과 연대는 모순되지 않는 요소였던 것이다. 이를 바르게 이해하기 위해서는 그의 사상의 핵심 개념인 '아'를 정확하게 이해할 필요가 있다.

(15수능 신채호 지문)

이 지문의 첫문단을 읽으면서,

투쟁과 연대가 원래는 모순되는데, 어떻게 '아'가 모순되지 않도록 설명할까?

라는 질문을 만들고 그에 대한 답을 제시하셨는지를 생각해보세요.

16세기 전반에 서양에서 태양 중심설을 지구 중심설의 대안으로 제시하며 시작된 천문학 분야의 개혁은 경험주의의 확산과 수리 과학의 발전을 통해 형이상학을 뒤바꾸는 변혁으로 이어졌다. 서양의 우주론이 전파되자 중국에서는 중국과 서양의 우주론을 회통하려는 시도가 전개되었고, 이 과정에서 자신의 지적 유산에 대한 관심이 제고되었다.

복잡한 문제를 단순화하여 푸는 수학적 전통을 이어받은 코페르니쿠스는 천체의 운행을 단순하게 기술할 방법을 찾고자 하였고, 그것이 ⓐ 일으킬 형이상학적 문제에는 별 관심이 없었다. 고대의 아리스토텔레스와 프톨레마이오스는 우주의 중심에 고정되어 움직이지 않는 지구의 주위를 달, 태양, 다른 행성들의 천구들과, 항성들이 붙어 있는 항성 천구가 회전한다는 지구 중심설을 내세웠다. 그와 달리 코페르니쿠스는 태양을 우주의 중심에 고정하고 그 주위를 지구를 비롯한 행성들이 공전하며 지구가 자전하는 우주 모형을 ⓑ 만들었다. 그러자 프톨레마이오스보다 훨씬 적은 수의 원으로 행성들의 가시적인 운동을 설명할 수 있었고 행성이 태양에서 멀수록 공전 주기가 길어진다는 점에서 단순성이 충족되었다. 그러나 아리스토텔레스의 형이상학을 고수하는 다수 지식인과 종교 지도자들은 그의 이론을 받아들이려 하지 않았다. 왜냐하면 그것은 지상계와 천상계를 대립시키는 아리스토텔레스의 이분법적 구도를 무너뜨리고, 신의 형상을 ⓒ 지닌 인간을 한갓 행성의 거주자로 전락시키는 것으로 여겨졌기 때문이다.

(19수능 우주지문)

첫문단이 사실 많이 딱딱합니다.

이 지문의 첫문단에서 알 수 있는 내용은

1. 지구중심설의 대안으로 자리잡은 태양중심설을 얘기할거야!

2. 그로부터 이어진 형이상학을 뒤바꾸는 변혁과 경험주의의 확산에 대해서 언급하고.

3. 서양의 우주론이 중국으로 퍼지면서 나타난 현상에 대해서 말해볼거야!

첫문단은 방향을 제시합니다.

다음 문단에서 지구중심설과 태양중심설, 형이상학적인 문제에 대해 언급합니다.

즉, 첫문단에서 예측한 방향이 맞았다는 것입니다!

틀린 지문이나, 이해되지 않는 지문에 대해서, 한번 첫문단에서 방향을 잡고 독해해보세요.

질문을 만들고 독해를 하는 것과 아닌 것의 차이는 굉장히 큽니다.

문학의 경우 : 공감하세요.

다음 지문을 읽어봅시다.

배 방에 누워 있어 내 신세를 생각하니
가뜩이 심란한데 대풍(大風)이 일어나서
태산(泰山) 같은 성난 물결 천지에 자욱하니
크나큰 만곡주가 나뭇잎 불리이듯
하늘에 올랐다가 지함(地陷)*에 내려지니
열두 발 쌍돛대는 차아*처럼 굽어 있고
쉰두 폭 초석(草席) 돛은 반달처럼 배불렀네
굵은 우레 잔 벼락은 등[背] 아래서 진동하고
성난 고래 동(動)한 용(龍)은 물속에서 희롱하니
방 속의 요강 타구(唾具) 자빠지고 엎어지며
상하좌우 배 방 널은 잎잎이 우는구나
이윽고 해 돋거늘 장관(壯觀)을 하여 보세
일어나 배 문 열고 문설주 잡고 서서
사면(四面)을 돌아보니 어와 장할시고
인생 천지간에 ㉠ 이런 구경 또 있을까
구만리 우주 속에 큰 물결뿐이로다

(2019학년도 수능 일동장유가 지문)

멀미가 나시는지요?

시험 당시에는 멀미가 나면 안되겠지만, 그 비슷한 느낌을 느끼셔야 합니다.

44. ㉠과 ㉡에 대한 이해로 가장 적절한 것은?

① ㉠과 ㉡은 모두 화자의 고난 극복 의지를 드러내고 있다.
② ㉠과 ㉡은 모두 화자가 구경하는 대상의 실체를 은폐하고 있다.
③ ㉠은 자연의 풍광에 대한 감탄을, ㉡은 인물의 능력에 대한 감탄을 표현하고 있다.
④ ㉠은 화자의 관찰력에 대한, ㉡은 화자의 창조력에 대한 타인의 평가를 담고 있다.
⑤ ㉠은 대상에 대한 화자의 만족을, ㉡은 대상에 대한 화자의 아쉬움을 드러내고 있다.

이 선지를 모두 보시길 바랍니다. 어떠한 기분으로 적었는지를 묻고있습니다.

여러분은 문학을 공부하실 때, 어떤 목적으로 공부하시나요?

문학은 도대체 왜 공부하는 걸까요?

문학은 작가가 도대체 왜 쓰는 걸까요?

내가 이런 마음이야.

이 기분에 맞게 작품을 쓸거야.

그러니까 이 느낌을 같이 공감해줬으면 좋겠어.

사실 굉장히 간단한 것입니다. 이 상황을 공감해줬으면 좋겠다는 거지요.

하지만, 시험은 객관적입니다. 공감이 되지 않아도, 이해되지 않아도 풀어야합니다.

나의 공감과 타인의 공감은 다르며, 이해도 다릅니다. 그런 주관성을 배제해야합니다.

그렇다면, 적어도 지문에 나와있는 그 이미지를 상상할 수는 있을 겁니다.

지문에 나와있는 이미지를 상상하세요.

문학을 공부할 때, 그 작품속의 내용을 상상하면서 읽으셨는지 확인하길 바랍니다.

또한, 문제의 선지 어휘를 모르고있지 않나 다시한번 체크하길 바랍니다.

수학 : 질문하고 연결하세요.

질문하세요.

질문이 없었다는 건, 다시 원점으로 돌아가 이 공부를 하는 이유, 즉 목표가 무엇인지 모르고 있기 때문일 가능성이 높습니다. 학습 목표가 명확하다면 문제를 풀 때 반드시 질문거리가 생길 수밖에 없습니다.

사실 모든 질문은 의미가 있지만 분명 그중에서도 좀 더 적절하고 좋은 질문이 있습니다. 그렇다면 무엇이 적절한 질문일까요?

적절한 질문 = 공부 목표와 일치하는 질문

목표를 이루기 위해서는 질문의 방향도 목표의 방향과 일치해야 합니다.

예를 들어, 다음 문제들을 보면서 어떤 질문을 던지는 게 적절한지 살펴봅시다.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 f(x)가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \le b$일 때, $f(x)=a(x-b)^2+c$이다. (단 a,b,c 는 상수이다.)
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\int_0^x \sqrt{4-2f(t)}\,dt$이다.

$\int_0^6 f(x)dx=\frac{q}{p}$일 때, p+q의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

2016학년도 수능 수학 B형 30번

이때 저는 이런 질문을 던졌습니다.

'적분은 연속함수에서만 가능해. 함수이려면, x값과 y값은 실수여야 하지. 그런데 루트 안의 수가 음수이면 실수가 아닌데 어떻게 해야 할까? f(t)는 2이하여야겠네!'

이 물음이 적절한 이유는 수학1의 좌표평면, 수학2의 무리함수, 적분의 정의와 미적분학의 기본 정리로 생각할 수 있는 질문이기 때문입니다.

즉, 수학 교과서의 학습목표와 일맥상통한 질문인 것이죠.

$0<t<41$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3+2x^2-15x+5$와 직선 $y=t$가 만나는 세 점 중에서 x좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t),\ t)$, x좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t),\ t)$라 하자. $h(t)=t\times\{f(t)-g(t)\}$라 할 때, $h'(5)$의 값은?

2016학년도 수능 수학 B형 21번

'원래는 (x, f(x))의 형태인데, 여기에서는 (f(t), t)로 뒤바뀌었어. 어떻게 된 걸까?

보통의 f(x)는 함숫값인데.... 아, x와 y가 바뀌었네! 역함수구나!'

'어, 아닌데? 문제의 삼차함수는 역함수가 존재하지 않는데?

도대체 어떻게 풀어야 할까?'

'(다시 본질로 돌아가서) 함수의 정의가 뭐였지? 역함수는 뭐였지?

그때는 실수전체가 아니라 정의역이 X={1, 2, 3, 4} 이렇게 되어 있어도 성립했는데?'

이 문제는 수학2의 역함수 개념과 미적분에서의 그래프 그리기, 역함수의 미분법을 통해 해결해야 하는 것입니다.

위의 두 문제는 몇 번 고민하고 이 문제를 풀 수 있는 아이디어가 무엇인지를 떠올려야만 풀리는 문제입니다.

어떤 학생은 21번과 29번, 30번을 풀기 위해서 나머지 27개 문제를 빨리 푸는 연습을 합니다.

그게 꼭 옳지 않다는 건 아니지만,

다른 문제를 푸는 시간을 단축하기보다는 세 문제를 풀기 위한 기본 실력을 갖추는 게 낫지 않을까요?

그렇기에 평소에 질문을 던지고 해결하는 공부 습관이 필요한 것입니다.

수학 과목의 목표는 **'개념을 이해하고 문제에 연결시킬 수 있는가'**에 있습니다.

그러므로 '개념'을 담고 있는 교과서의 목차를 기반으로 질문을 만들어야 합니다.

이렇게 적절한 질문을 해결하면 실력은 반드시 늘어납니다.

수능 만점자들의 인터뷰를 보면, 교과서를 보고 예습과 복습에 충실했다는 이야기를 보게 됩니다.

그것은 거짓말이 아닙니다.
많이 채우는 것보다 기본에 결점이 없는 편이 점수를 높이는 데 훨씬 유리합니다.

연결하세요

일반적인 시험에서 필요한 연결은 세가지입니다.

1. 개념과 개념 사이의 연결. - 개념 사이의 공통점과 차이점을 파악하고 정리한다.

2. 개념과 문제 사이의 연결. - 실제의 문제에서 어떤 개념이 어떻게 쓰이는지 파악한다.

3. 문제와 문제 사이의 연결. - 문제들 사이의 공통점을 파악하고 정리한다.

첫 번째는 개념과 개념 사이의 연결입니다.

단언컨대, 공통점과 차이점을 이용해 정리하는 것은 가장 유용한 정리방법입니다.

어떤 묶음이 가진 공통적인 특징으로 그 묶음을 정의하고, 차이점으로 각각의 개별적인 특징과 성격에 대해 생각해보는 것.

이것은 모든 공부에 적용할 수 있는 기본적인 방법입니다.

공통점과 차이점을 이용해서 개념을 정리하고, 개념이 왜 필요한지, 어떻게 필요한지 정리합니다.

이렇게 정리할 때 생소한 문제가 나와도 어떤 부분의 개념을 써야할지 대략적으로 알 수 있어요.

두 번째는 개념과 문제 사이의 연결입니다.

문제에 나온 표현에서 어떤 특징을 가진 개념을 써야할지 유추합니다.

세부적인 특징을 기억한다면, 문제에 써야할 개념을 확실하게 알 수 있습니다.

앞에서 정리한 개념을 바탕으로 실제에 적용해보아야 합니다.

세 번째는 문제와 문제 사이의 연결입니다.

기존 문제를 해결한 경험을 바탕으로 새로운 문제에 대한 해결방향을 생각합니다.

기본 개념은 변하지 않습니다. 즉, 기존에 해결한 문제들이 반드시 존재합니다.

그것을 다른 문제와 연결지어 정리해주세요. 그러면서 개념의 쓰임이 더욱 명확해질 것입니다.

- **개념 자체가 기억이 안난다면, 개념을 다시 복습하세요.**

또한 그 개념이 전체의 흐름에서 어떤 역할을 차지하는지 연결하세요.

- **개념을 알지만 문제에 적용하지 못해서 막혔다면, 개념의 의미를 다시한번 복습하세요.**

어떨 때 개념을 써야할지 약간만 고민해보면 충분히 극복할 수 있습니다.

- **문제 자체에 손도 못댔다면, 다른 유사한 문제를 찾아보세요.**

다른 문제에서 쓰였던 아이디어가 그 문제에도 동시에 사용되었을 수 있습니다.
어떤 이유로 그 아이디어를 못떠올렸는지 분석하세요.

영어 : 단어와 문법이 해석에 연결됨을 확인하세요.

영어와 한국어가 다른 점은 두가지입니다.

1. **알파벳과 훈민정음의 차이.**

2. 문법의 차이

이 두가지만 정복하시면 문장해석은 됩니다.

문장 해석만 완벽하게 되신다면, 그 다음은 글 전체를 이해하는 능력입니다.

그러므로, 기본은 문장 해석에 두시고, 세부적인 전략을 세우셔야합니다.

다시 복습하실 때, 해석이 안되는 문장을 찾아주세요.

그 문장이 왜 해석이 안되는지를 단어 혹은 문법에서 반드시 찾으셔야합니다.

단어와 문법지식을 그 문장에 적용하셔서 해석이 되는지를 확인하세요.

그것의 반복이 기본적인 영어 공부의 방법입니다.

다른 사람의 말에 휘둘리지 않으려면

공부란 건 거창하고 막연한 게 아닙니다. 그냥 나에게 부족한 부분을 채워나가면 됩니다.

'채워나가는 노력'을 많이 하면 돼요.

이때 필요한 게 계획이면 계획을 짜면 되고, 인터넷 강의이면 그것을 들으면 되고, 책이라면 책을 구해서 공부하면 됩니다.

완벽해지려 하기보다 결점을 점차 없애는 게 더 중요합니다.

생각해보세요. 완벽한 경지라는 건 '결점'이 없는 상태입니다.

무언가를 채워나간다해서 나쁜 악습관이 사라지는 것은 아닙니다.

이렇게 채워나가는 노력을 할 때 중요한 건 ‘나에게 맞는 방법’으로 해야 한다는 것입니다. 이걸 이해하면 다음과 같은 말들이 왜 의미가 없는지 이해하게 됩니다.

‘이 시기에는 이런 문제집 풀어야 한다는데.’

‘국어 점수 올리려면 이렇게 계획을 짜야 한다는데.’

사실 나에게 부족한 부분을 채우려고 하면 남의 말에 휘둘릴 이유가 없습니다.

약점은 본인이 가장 잘 알고, 그것을 해결할 수 있는 방법도 본인이 가장 잘 압니다.

따라서 남의 공부법을 무작정 따라 하는 건 절대 좋은 해결책이 아닙니다.

누구나 실수를 할 수 있습니다. 하지만 똑같은 실수를 하더라도 그저 넘길 것인가,

다시는 똑같은 시행착오를 겪지 않도록 하는 반성의 거울로 볼 것인가에 따라 그 공부의 결과는 분명 달라질 수 있습니다.

실수를 했을 때는 좌절하지 않고 그 실수의 가치와 의미에 대해 생각하는 게 중요합니다.

공부에 있어 실수는 가장 값진 것입니다.

실수를 하는 순간이란 곧 자신의 부족한 부분, 고쳐야 할 부분을 발견하는 순간이니까요.

실수를 소중하게 생각하는 태도만 갖추어도 공부 실력은 확연히 늘어납니다.

그리고 실수에 대해 고민한다는 것은 나의 부족함을 인정하고 더 나은 상태가 되고자 하는 노력을 하는 것이기 때문에,

아마 ‘겸손함’이라는 미덕과도 맞닿아 있을 것입니다.

기억하세요.

**공부에 있어 핵심은 ‘목표를 제대로 아는 것’과 ‘자기 자신을 제대로 아는 것’입니다.
그리고 더 구체적으로는 ‘나의 부족한 점을 아는 것’입니다.**

수학성적이 잘 안나오는 이유

수학 점수는 원래 올리기 어렵습니다.

수학은 다른 과목과 다르게 다음의 조건을 만족시켜야 점수를 얻습니다.

1) 문제를 정확하게 해석하고 풀이 방향의 아이디어를 떠올린다.

2) 해석한 것을 바탕으로 개념을 정확하게 적용하여 해결한다.

3) 전반적인 계산은 실수 없이 완벽해야 한다.

대부분의 4점 문제들은 이 과정을 충분하게 만족해야 문제를 해결할 수 있습니다.

하지만 하나라도 할 수 없으면 여러분은 4점을 얻지 못하게 됩니다.

개념을 몰라도, 문제 처음부터 해석을 못해도, 계산에서 삐끗해도 못얻습니다.

즉, 원래 수학 점수를 올리는 것은 정말 어려운 것입니다.

여러분이 문제 해석이던, 개념이던, 계산이던... 약하면 틀립니다.

운이 좋으면 언젠가는 위 셋이 모두 잘 되는 경우도 있습니다.

하지만 원래의 실력이 아니라면 항상 완벽하지는 않기에, 여러분의 점수는 진동합니다.

고정 1등급의 의미는 [완벽]입니다.

고정 1등급이 고정 1등급이라 불리는 이유는, 정말 고정이기 때문입니다.

교과개념을 모두 머릿속에 그려낼 수 있고, 계산이 완벽하며

어려운 문제에도 허용가능한 시간 내에 해석하고 아이디어를 낼 수 있으며,

검토까지 안정적으로 할 수 있어야 고정 1등급의 자격을 얻습니다.

물론 여기에 멘탈관리라는 영역도 곁들이면 좋겠지요?

(그리고 눈ㅂ신은 당연히 시험중에 발견할 수 있어야하겠지요.)

이러한 완벽성을 다 지녀야 비로소 고정의 실력이 되는 것입니다.

완벽하지 않을 때의 점수는 당연히 진동할 수 밖에 없겠지요.

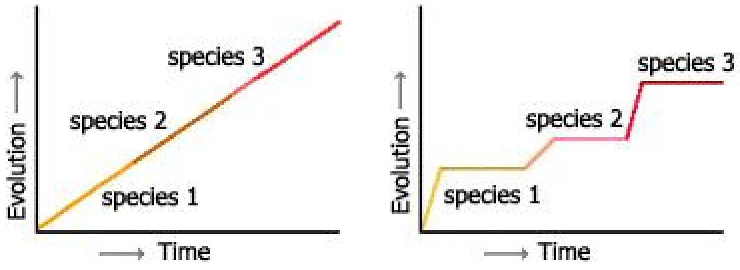
당연한 것입니다. 하나만 삐끗해도 크게 깎여버리니까요.

반대로 말해서, 여러분의 성적이 잘 안나오는 것에 대해 크게 낙심할 필요는 없단 겁니다.

여러분의 성적이 정체되어있다해서, 실력이 정체되어있는 것이 아닙니다.

다만 모든 항목에서 아직 완벽한 것이 아니라는 뜻이겠지요.

퀀텀 점프



여러분은 퀀텀점프라는 개념을 아실 것입니다.

점수로 나타나는 실력 향상의 정체기가 있다는 뜻이지요.

수학에서 왜 정체기가 있을지는 여러분도 이제 이해하실 것입니다.

크게 세가지의 조건을 만족하지 못하면, 여러분은 4점을 얻으실 수 없습니다.

보통 틀리는 문제에서 처음부터 손을 못대거나, 중도에 길을 잃거나, 풀었는데 틀리는 등의 양상을 보입니다.

어떤 이유인지, 왜 틀렸는지에 대해 여러분은 반드시 고민하고 개선해야합니다.

그리고 그에 맞는 방향으로 컨텐츠를 찾고 공부하셔야 하는 것입니다.

많은 학생들의 경우, 자신이 부족한 것이 무엇인지를 잘 모릅니다.

그리고 가장 큰 문제는, 자신이 부족한 것이 무엇인지를 알려고 하지 않는 것입니다.

직접 고민하고, 어떤 방향으로 공부의 방향을 개선해야할지 생각하는 것과

이 강의, 저 책, 그 방법을 약점 이전에 고민하는 것과는 차원이 다른 이야기입니다.

적어도 개념과 계산은 확실하게 하세요.

많은 학생들이 특히 성적을 올리기 어려운 이유 중 하나는

해석과 아이디어, 개념, 계산 중 두가지 이상이 복합적으로 약하기 때문입니다.

그리고 더욱 치명적인 것은, 그 두가지 이상이 복합적으로 약한 경우에는

자신이 개념이 부족한지, 계산에 실수가 있는지, 조건을 잘 못봤는지 모릅니다.

이런 경우에는 검토를 하기도 굉장히 두렵습니다. 아니 뭐가 문제인지 모르겠는데요.

어떻게 검토를 합니까. 검토한다고 해서 뭐 맞출 수 있는 것도 아닐텐데요.

그런 상황에서는, 제 처방은 거의 하나였습니다.

개념과 계산을 확실하게 하는 것이었습니다.

아는 분은 아시겠지만, 저는 재수때 하루 15시간동안 내리 공부만 한 적이 있었습니다.

정말 노가다를 심하게 했었지요. 그나마 그 때 얻었던 성과는 계산의 완벽함이었습니다.

제 장점은 계산이었어요. 몰라서 틀릴지언정, 계산에서 실수가 있지는 않았습니다.

삼수때는 그 상황 아래에서 교과서를 공부했었어요. 노가다가 문제는 아니었던 것 같기 때문이었습니다.

만약 복합적으로 문제가 있으시다면, 적어도 자신이 제일 자신있는 것을 하나 마련하세요.

그래야 검토에 있어서 선택지를 줄일 수 있습니다.

검토의 안정성은 결국 고정등급으로 이어집니다.

개념과 계산 모두 완벽하다면, 결국 문제를 못푸는 이유는 조건 누락의 경우가 큽니다.

즉, 문제를 다시 읽고, 다시 생각해보는 것으로 검토과정이 축소가 될 것이에요.

만약 굳이 단 하나의 자신있는 것을 마련해야한다면, 저는 단언컨대 계산의 정확성을 꼽겠습니다.

계산이 정확하고 빨라야합니다. 그것이 기본이 되어야 비로소 시험의 시간운영이 가능해집니다.

엄청 대단한 것이 필요한 것이 아닙니다. EBS나 기출문제, 혹은 사설 N제에서 정확하고 빠른 계산이 되는지를 검토해보세요.

혹시 돈이 없는 학생들은 사관학교 기출문제도 괜찮습니다. 사이트에 답도 나와있을거에요.

절망하고 좌절할 시간에 생각하고 공부하세요.

여러분이 노력을 아무리해도 성적이 안나오는 것 같은 기분이 들 때가 있을겁니다.

성공하는 사람은, 그 상황에서도 문제점을 찾고 개선하는 사람이 될 것입니다.

절망하고 좌절하는 것은 당연할 수도 있으나, 결국 문제점을 못찾으면 그걸로 끝입니다.

저는 해야했어요. 뭐.. 성공하는 사람이 된다 이런마인드는 없었습니다.

그냥 해야했습니다. 뭐라도요.

여러분이 실망하고 감정적으로 막막한 기분이 드는 것이 있을 것 같습니다만

지금 당장 하나라도 완벽하게 만들어놓으십시오.

그렇게 하나하나씩 완벽하게 되는 순간, 여러분의 실력이 쉽게 허물어지지 않을겁니다.

수학시험에서 100점을 맞기 위해 가장 중요한 것

여러분이 이제 100점을 노리신다면 당연히 중요해지는 것 딱 하나가 있습니다.

검토.

이젠 검토하셔야합니다. 검토하지 않고서는 100점을 확실히 맞을 수는 없습니다.

(물론 검토하지 않고도 100점을 맞을 수도 있으나, 실력이 엄청 좋으셔야합니다.)

검토를 효율적으로 하기 위해서는, 당연히 중요해지는 것 두가지가 있습니다.

개념의 깊은 이해, 정확한 계산

간결하게 전달하겠습니다.

이제 수험생 여러분께서는 확신을 가져야합니다. 한 세트를 풀 때 30문제 중 25문제의 확신을 가지셔야합니다.

그정도여야 100점을 겨우 노려볼 수 있을만합니다.

저는 개인적으로는 수능 시험장때 맞은 문제는 동그라미 표시 했습니다.

수능 시험지는 걷어갑니다. 제 스스로 맞았다고 생각한 문제는 동그라미 표시를 했어요.

물론 연습때도 그랬습니다. 제 스스로 맞았다고 생각한 문제는 동그라미 표시하고, 그게 아니라면 충격받고 그랬죠.

개념을 적용했는지, 계산이 완벽한지, 이 두가지를 주로 보았던 것 같습니다.

계산이 완벽하도록 연습하는 것은 사실 굉장히 큰 이점입니다. 모든 문제에 계산이 들어가니까요.

개념이 정확하게 적용되었는지 보고싶다면, 모든 문제풀이의 이유를 스스로 찾으시면 되겠습니다.

애매한 부분 없이, 문제풀이의 전부의 이유를 스스로 다 말할 수 있다면 끝입니다.

저는 계산을 15시간 공부하면서 충분히 늘렸던 것 같습니다.

그래서 크게 자신이 있었던 계산이었기에 안정적으로 문제풀이의 이유를 세세하게 자문자답하곤 했었습니다.

그것도 한줄한줄 넘어갈때마다 애매하면 빠짐없이 그렇게 했던 것 같습니다.

뭐 예전부터 해설 없어서 해설쓸 정도여서 문제풀이의 이유를 답하는 것은 어렵지 않았습니다.

그것이 유용했던 이유는, 단언컨대 검토력에 있었다고 생각합니다.

애매하게 대답하지 못했던 문제를 주로 검토하기.

계산이 오래 걸렸던, 막혔던 문제를 주로 검토하기.

개념을 정확하게 적용하지 못했던 문제를 주로 검토하기.

이런 방식으로 검토할 문제들을 선별했고, 전 문항을 세세하게 다시 풀지않아도 맞을 수 있었어요.

이제 여러분의 실전연습에 조금 제안을 해보고자 합니다.

1. 이젠, 확실하게 맞은 문제는 맞았다는 표시를 하세요. 확신을 가진 문항이 실제로 맞아야합니다.

그 문항이 틀린다면, 시험장에서는 90점 이상이라 생각했는데 실제로는 80점 이하를 받으실 가능성도 있어요.

2. 계산은 빠르고 정확해야합니다. 계산이 자신의 가장 큰 장점이 되도록 만드세요.

특히 오래걸렸던, 막혔던 문항을 검토하세요. 자주하는 실수도 계속 보세요. 더 효율적이 될 수 없을지 생각하세요.

3. 적어도 자신이 모르는 문항의 풀이는 스스로 한줄한줄의 이유를 자문자답하세요.

시간 낭비라고 핑계대지 마세요. 정말 자신의 실력이 충분하다면 당연히 이유도 알고있어야합니다.

4. 검토시간을 충분히 확보할 수 있도록 100분을 계획하세요.

검토시간을 제외한 100분을 계획하셨다면 다시 생각하세요. 안정성은 검토에서 나옵니다.

사실 이런 모든 것들이, 여러분이 충실하게 개념을 생각하고 계산을 해왔다면 자연스레 가능해지는 일입니다.

쉽지 않게, 정직하게, 하나하나 따져가면서, 질문하면서, 고민하면서 공부해왔다면 자연스러운 일이었겠지요.

한번 이러한 방식대로 해보도록 하세요. 여러분이 지금까지 정직하게 공부해왔다면 그만큼 보상받게 될 것입니다.

수학 개념 공부하실 때 팁

(0) 기본 원칙

기본적으로, 수학은 당연히 이전 개념을 다음 개념에 이용하는 방식으로 공부하셔야합니다.

이 사항은 당연합니다. 좀 더 설명을 하기 위해 이해라는 단어를 생각해봅시다.

이해라는 것은 사전적으로

1. 사리를 분별하여 해석함.

2. 깨달아 앎. 또는 잘 알아서 받아들임.

등의 뜻을 가지고 있습니다.

한번 다시 생각해보시면, 해석하는 것, 받아들이는 것 모두 자신의 배경지식, 경험에 의존한다는 것을 아실겁니다.

네이버 지식백과에 이해라는 단어를 검색해보시면, 미디어콘텐츠의 이해와 관련하여 다음과 같이 서술되어 있습니다.

즉, 이해라는 것은 경험에 의존하며, 배경지식에 의존합니다.

이 때문에 국어 문학지문을 감상할 때의 이해가 사람마다 다를 수 있으며

어떤 작품을 감상할 때, 사람마다 이해가 다를 수 있음을 아실 것입니다.

하지만, 문제는 수학입니다.

여러분이 이해하셔도, 이해하지 않으셔도 똑같이 함수 $y=2x$의 도함수를 구하면 2입니다.

즉, 여러분의 경험과 배경지식이 다른 것, 그리고 그 이해가 다른 것을 수학은 허용하지 않습니다.

그렇기 때문에, 수학에서는 이전 개념부터 시작해서 개념을 엮어가면서 정리해야합니다.

예를 들어, $2+3=5$인 것은 어느정도 받아들일 수 있는 당연한 연산입니다.

이렇게 어느정도 받아들일 수 있는 것들을 기본으로 하여 그 다음 개념을 설명하는 것으로 공부가 진행되셔야합니다.

(1) 중학교 교과과정 공부할 때의 팁.

0) 적어도, 기본적인 개념은 알고 공부하셔야합니다.

최소한 알아야할 자연수의 사칙연산, 도형의 넓이 구하기, 분수의 사칙연산 등을 모른다면 초등 개념부터 해야합니다.

이 개념을 모른다면, 교과서를 구비하셔서 생각열기를 충분히 참고하며 이해하시길 바랍니다.

1) 중학교 교과과정은 크게 4개의 주제로 나눠지는데,

수체계/식과 함수/확률과 통계/기하학

으로 구성되어 있습니다.

이 때, 각 주제가 학년마다 1~2개 포함되도록 구성되어 있습니다.

당연히, 수험생 여러분이나 고등학생 여러분은 이러한 주제에 맞춰 정리하실 수 있어야합니다.

백지복습 하실 때, 각 주제를 쓰시고, 중1~3 교육과정에서 해당하는 부분을 쓰면서 정리하시는게 좋아보입니다.

또한 기본적으로, 교과서를 읽고 예제와 문제를 푸는 정도만 해도 괜찮아보입니다.

특별한 경우가 아니라면 중학수학을 문제집을 사서 풀지는 않아도 될 것 같습니다.

2) 특히 중학교 1학년 과정에서 개념에 대한 정의가 꽤 많이 나옵니다.

왜 이렇게 정의했을지, 왜 이런 이름인지 간략하게 생각하는 것은 좋습니다.

다만, 정의는 그대로 받아들이시는게 좋습니다.

또한, 식과 함수 주제에서 식의 계산 부분은 충분히 강조해도 부족함이 없습니다.

식을 쓰는 방법, 곱셈공식과 인수분해는 나중에도 기본이 되는 개념입니다.

만약, 이것이 부족하다면 특별히 문제집을 추가하셔도 괜찮습니다.

3) 기하학 주제를 공부하실 때, 증명파트가 있을 것입니다.

제발 이 파트 공부하실 때는 기존 개념을 이용해서 증명한다는 느낌을 느끼면서 공부하십시오.

다양한 증명방법보다는 기존 개념을 확실하게 이용한다고 마음먹고 증명을 스스로 해보셔야합니다.

특히, 중학교 2학년 때의 [무게중심이 중선을 2:1로 내분함을 증명하여라.] 는

반드시 무게중심의 정의와, 닮음의 정의, 평행선의 성질을 활용하셔야한다고 봅니다.

이 내용은 닮음의 활용 파트에 있습니다. 너무 당연하게도 닮음 사용하셔서 증명하시는게 옳습니다.

4) 이과면 기하학 주제의 중학교 개념을 반드시 처음부터 끝까지 공부하셔야합니다.

극한단원에서 반드시 나오는 개념입니다. 반드시 모든 증명을 스스로 하실 수 있어야합니다.

대충 넘어가시면 안되십니다. 교과서에 나오는 모든 증명을 스스로 백지에 쓰실 수 있어야합니다.

(2) 시험범위 이전 고등학교 교과과정 공부할 때의 팁.

1) 이과라면 수학 2 제낀다는 생각 하지마십시오.

이과 시험범위는 수학 1, 수학 2, 미적분, 확률과 통계로 생각하시는게 낫습니다.

절대 제끼시면 안됩니다. 시험범위로 생각하고 공부하시는게 좋을 것입니다.

2) 수학 1 이전의 개념과 수학 2의 개념은 굉장히 큰 차이점이 있습니다.

그동안 함수를 어떻게 그려왔는지 생각해보면 바로 아실 수 있을 것입니다.

수학 1까지의 개념을 공부할 때는 각 개념이 어떠한 의미를 가지는지를 이해하시면 충분합니다.

그러나, 수학 2에서의 개념은 꽤 많이 이어져있습니다.

이 개념을 공부할 때는 충분히 많은 의문을 가질 필요가 있습니다.

예를 들어, 제가 이 단원을 공부할 때는

왜 0/0은 존재하지 않는데 x→0일 때 x/x는 존재하는 걸까?]

왜 한 점에서 선을 긋는 것이 힘든데 접선은 미분계수의 정의로 구할 수 있을까?

등등의 질문들을 엄청 많이 했었던 것 같습니다.

그리고 수학 2에서는 그 질문들이 꽤 많이 연결되고 이어지는 점이 있습니다.

3) 고등 수학 (상)

- 고등 수학 (상)에서는 인수정리를 이용한 인수분해 과정이 나옵니다. 조립제법과 나눗셈의 차이와 상수항의 정수 약수를 후보군으로 설정하여 대입하는 것의 이유를 충분히 이해하셔야합니다.

- 허수를 처음 정의하게 되는데, 허수와 실수의 차이점과 허수의 필요성에 대해서 설명하실 수 있어야합니다.

- 이차함수와 직선의 위치관계에서 왜 두 그래프가 만날 때 실근이라 하는지, 만나지 않을 때 허근이라 하는지 설명하실 수 있어야합니다.

- (실수)^2≥0입니다. 이로 인해 이차함수의 최대, 최소를 구할 수 있는 점을 이해하셔야 합니다. 또한 나중에도 최대최소

를 구할 때 이용됨을 이해하셔야합니다.

- 절댓값 기호를 포함한 식을 어떻게 다루는지에 대해 감을 익히셔야합니다.

- 직선의 방정식과 원의 방정식을 공부할 때, 어떻게 언어가 수식으로, 그래프로 변하게 되는지 이해하셔야합니다.

- 개인적으로는 점과 직선사이의 거리를 증명하는 것보다는 외우고 활용하는 것이 나아보입니다. 제가 느끼기로는 무게중심 증명과 비슷한 수준으로 기존개념과의 연결성이 보이진 않았습니다.

- x축으로 α만큼 평행이동 할 때 점의 좌표는 (x+α,y)가 되는데 그래프는 y=f(x-α)가 되는 이유를 설명하셔야합니다.

- 대칭이동에 대한 이미지를 간단하게 떠올리셔야합니다.

4) 고등 수학 (하)

- 함수를 정의하기 위해 먼저 집합을 배우게 됩니다. 집합에서는 특히 집합을 정의하는 기준에 대해 고민하셔야합니다.

명확한 기준으로 대상을 분명하게 정할 수 있을 때 그 모임을 집합이라 하므로, 벤다이어그램의 해석과 더불어 말로도 해석해보시면 좋습니다. 예를 들어 A⊂B는 A의 기준은 B의 기준을 포함하고 있다는 뜻으로 해석할 수 있으며 A∩B는 A의 기준과 B의 기준을 동시에 만족하는 모임으로 해석해보시면 벤다이어그램이 아닌 말로도 집합을 해석할 수 있습니다.

- 명제는 이후에 논리학으로 이어지는 것 같습니다. 즉, 명제단원을 공부할 때는 어느정도 그 정의를 알고가는 느낌으로 공부하셔도 좋습니다. 단, 귀류법을 어떨 때 쓰는지, 대우를 이용한 증명법을 잘 쓸 수 있는지, 절대부등식에서 산술기하 평균, 혹은 코시-슈바르츠 부등식이 (실수)^2≥0을 이용해서 증명할 수 있음을 이해했는지를 점검해보시길 바랍니다.

- 함수의 정의, 합성함수와 역함수의 정의를 꼼꼼하게 보셔야합니다. 또한 일대일 함수와 일대일 대응이 어떤차이가 있는지도 생각해보시면 좋습니다.

- 유리함수와 무리함수가 왜 함수 뒤에 처음 나오는 단원일지 생각해보셔야합니다. 또한 그래프를 그릴 수 있어야하는데, 유리함수 그릴 때 어떻게 그릴지 생각해보면서 그립시다.

- 분모의 유리화 어떻게 하는건지, 왜 하는건지 제대로 이해하셔야합니다.

- 경우의 수 단원은 나중에 확률과 통계 공부하면서도 다시 돌아와야하는 단원임을 이해하셔야합니다.

특히 확률과 통계 킬러에서 가장 어려운 점은 합의 법칙과 곱의 법칙입니다. 엄청 기본이 되는 단원이지만 그만큼 활용하는데 어려운 부분이 있습니다.

(3) 시험범위의 고등수학 공부할 때 팁.

1) 문과생, 이과생 구분없이 가장 중요한 파트를 저는 수학 2를 꼽겠습니다.

이전까지의 개념과 어떤 점에서 다른지, 어떤 목적으로 쓰여져있는지 정확하게 확인하셔야합니다.

2) 기본적으로 교과서의 활용법은, [생각열기에서 질문-본문에서 해결-예제풀이의 이유파악-목차로 정리]의 순서대로 공부

하시면 충분합니다. 추가로 교과서의 문제를 풀어도 좋습니다.

3) 수학 2, 미적분을 공부할 때 증명은 빼놓지 마세요.

도함수를 유도하여 증명하는 것, 미분법을 증명하는 것 등의 연습을 많이 해보시는게 좋습니다.

이러한 경험이 분명 유용하게 쓰일 때가 있을겁니다.

4) 이과생의 경우, 미적분을 공부하고 나면 이제부터는 거의 모든 그래프를 그릴 수 있다는 자신감을 가져도 됩니다.

물론 못그리는 그래프도 있습니다. 교과서 개념을 적용할 수 없는 케이스라면 못그릴 것입니다. 빠르게 판단하세요.

이러한 특이케이스를 제외하면, 식이 주어져있는 함수라면 그래프 그리는 것을 두려워하지 않아도 됩니다.

5) 확률과 통계의 핵심은 합의 법칙과 곱의 법칙, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리, 확률변수 X의 정의, 정규분포 그래프의 이해를 꼽을 수 있습니다. 제대로 개념을 이해하시고, 어떻게 문제에서 개념을 적용할 수 있을지를 기출문제와 여러 문제로 훈련하시면 충분한 실력향상을 기대할 수 있을 것 같습니다.

+) 추가로, 제 개인적인 의견으로는, 교과서는 충분히 좋습니다만 교육과정은 비판의 여지가 있다고봅니다.

- 피타고라스의 정리를 공부할 때, 실수 범위에서 활용할 수 있어야합니다.

- 미적분에서 정적분을 구분구적법으로 정의한 후, 적분과 미분의 관계를 이해하셔야 합니다. 정적분은 넓이의 의미를 담습니다.

- 확률과통계에서 합의 법칙과 곱의 법칙, 순열과 조합은 고등 수학 (하)를 다시 공부해야합니다.

글 쓰다보니 수학 2 찬양글이 되어버렸는데...

추가로 더 적어보면, 이전의 교육과정에서는 수학 2와 미적분 1에서 개념의 차이가 발생했고,

미적분 2와 기하와 벡터에서도 개념의 차이가 발생했으므로 그것을 구별해줘야할 필요성이 있었습니다.

이번 교육과정에서는 기하와 벡터 과정이 빠졌으므로, 수학 2에서 어떻게 바뀌는지를 강조할 수 밖에 없지요.

제 개인적으로 개념공부의 가이드를 적어보았습니다.

혹시라도 본인만의 계획이 있다면, 참고만 하셔도 됩니다.

혹시 개념공부를 어떤 수준으로 해야할지 의문이었다면 한번 위와 같이 진행해보기를 권합니다.

공부 관점에 대해서

제가 받는 많은 질문 중, 이런 것들이 있습니다.

Q. 문제를 많이 틀리는데 어떻게 할까요? 전 바보인가봐요.

Q. 문제가 많이 막혀요. 어떻게 해결하면 좋을까요? 전 바보인가봐요..

Q. 어떤 과목이 많이 막혀요. 다른과목은 잘하는데.. 어떻게 할까요? (대충 바보인가보다하는말)

뭐 이런 것들 말을 많이 듣습니다.

애초에 여러분이 그렇게 바보인가봐, 재능이 없나봐.. 이런 이유도 저는 알고있습니다.

소위 말하는 멘탈이 붕괴된다는 말을 여러분께서 느끼고 계신 것이고 답답하시겠지요.

문제를 많이 틀리는 것, 문제가 막히는 것, 특정 과목에서 약한 것.

이 모든 것은 어떠한 약점이 있기 때문이며, 사실 공부하면서 당연히 발생할 수 밖에 없는 상황입니다.

그리고, 그러한 사항을 개선하기 위해서는, “왜 틀렸는가?”, “왜 막혔는가?”, “왜 이 과목만 약한가?”

이런 [왜?]라는 질문을 통해 극복해나가야 합니다.

애초에 이런 질문을 하기 전에, [왜?] 라는 질문을 하시고, 그에 대한 고민을 진행하셨어야 한다는 말이에요.

이걸 먼저 말씀드리고 시작하도록 하겠습니다.

오늘 주로 말씀드릴 것은, 문제 풀다가 막히는 것에 대해서입니다.

수능은, 기세입니다.

리얼루. 농담아님

뒷문제 한참 풀다가 돌아왔는데 이게 실전 수능이고 첫문제였으면 시작부터 엉킨것이고.. 등등

뭐 하여튼..

실전은 기세입니다. 농담이 아닙니다.

그 기세라는 것은 결국 자신감 혹은 확신에서 나오는 것입니다.

그리고 단언컨대, 실전 수능에서 100% 막히지 않을 수는 없습니다.

반드시, 막힙니다. 어디 한 부분은 반드시요.

막히는 행위 자체는 문제가 아닙니다. 거기에서 당황하는 것이 문제입니다.

수능 수학 30문제를 풀면서 안막힐 수는 없다고 생각하십시오.

그냥 해설지 베껴쓴 듯 풀어서 100점 맞을 가능성은 없다고 생각하시는게 좋습니다.

수능 시험에 대해서 수험생의 실력이 수능을 완벽하게 압도할 정도로 우위에 있거나,

문제가 매우 쉽게 나오는 경우를 제외하면 완벽히 새로운 문항에서 고민 없이 써내려갈 수는 없습니다.

여러분은 반드시 막힙니다.

당연한 것입니다.

그런 답답한 경험과, 모자라다는 불쾌한 경험,

그리고 그에 대한 해결의 경험이 공부의 본질이며 전부입니다.

그렇기 때문에 저는 계속 설명하곤 합니다. 강의나 어떤 무언가가 공부를 보장하지 않습니다.

모자라고 답답한 경험을 참아내는 자신만의 끈기가 공부를 보장하는 것이 더 옳은 이야기입니다.

수학공부에 있어서 단언을 몇 가지 하겠습니다.

1. 여러분이 답답하고 부족한 느낌이 든다면 공부를 잘하고 있는 것입니다.

2. 그럴 때, 이 느낌을 이겨내기 위해 어떤 시도를 했는지, 어떻게 극복했는지 기억해두세요.

일반적으로는 교과 개념을 이용해 최대한 합리적인 방법을 찾아내는 것이 좋습니다.

교과 개념을 이용하는 이유는 당연하게도 여러분이 이전에 배웠던 개념으로 이해할 수 있는 내용으로 정해진 범위이기 때문이며, 출제의 기준이기 때문입니다.

물론, 이러한 과정에서 해설지를 참고하지않은, 자신의 생각과 고민으로 해결하시는 게 좋습니다.

3. 그러한 시행착오를 거친 경험의 총량이 공부의 전부라고 봅니다.

만약 여러분께서 이러한 과정을 거친 후 어떠한 자신감이 붙는다면

그것이 여러분이 믿을 수 있는 수험장에서의 유일한 무기인, [강한 멘탈]이 될 것입니다.

수능 시험장에서 여러분은 절대 막히지 않는다고 단언하시지 않으셨으면 좋겠습니다.

그것은 여러분의 멘탈붕괴를 초래합니다.

그보다는, 막히더라도 반드시 다시 처음부터 생각해보면 해결할 수 있다는 마음가짐을 가지시길 바랍니다.

막히면 넘어가라는 말도, 당황하지 말라는 말도, 개념으로 다시 돌아가라는 말도 이와 같습니다.

결국 그렇게 돌아왔을 때 “왜 이 문제가 풀리지 않을까?”, “어떻게 해결할 수 있을까?” 와 같은 질문을 하게 될 것입니다. 이 때 당연히 이러한 질문에 대한 답을 설득력 있게, 좀 더 논리적으로 수행하고 고민한 학생이 좀 더 유리하게 막힌 문항을 해결할 수 있을 것입니다.

답지를 바로 보지 말라는 이유도 이와 같습니다.

여러분의 시험에는 답지가 없습니다.

여러분이 가지고 갈 것들은 여러분의 생각과 고민, 그리고 질문이며

그것으로 막히는 문제를 해결한 경험들 뿐입니다.

해설지를 가져갈 수는 없습니다.

만약 해설지를 보시겠다면, 이를 위한 만반의 준비를 하고보셔야합니다.

예를 들어 왜 막혔는지? 어떤 시도를 했는지? 모르는 것이 무엇인지?

개념에 부족함은 없는지? 이런 것들에 대한 생각과 정리가 필요합니다.

다른 말씀을 드리겠습니다.

이제 여러분이 공부할 때, 여러분이 틀리거나, 막히거나, 약한 과목이 있거나 하는 현상은 너무 당연합니다.

만약, 막히지 않거나, 틀리지 않거나, 모두 강하다고 생각이 든다면..

사실 어찌보면 완벽한 상태일 수도 있겠습니다만, 그 자체로는 공부 안하는겁니다.

단언 몇 가지 추가합니다.

4. 여러분이 앉아서 공부를 아무리 열심히 한들 공부 안하는 것일 수도 있습니다.

5. 그러나, 많은 학생들이 질문도 생각도 고민도 없이 열심히만 공부하고, 공부했다고 착각합니다.

6. 하루에 15시간 공부 누구나 다 할 수 있습니다. 그걸 못해서 많은 학생이 실패하는 것이 아닌, 하루에 질문과 고민 몇 시간 하는게 매우 어렵고 힘들어서 실패합니다.

이제, 생각과 고민 그리고 질문이 공부의 해법임을 이해하십시오.

그리고 답답한 느낌과 모자란 느낌, 내가 바보같아지는 느낌이 불쾌하시다면

그것이 여러분의 공부를 증명한다고 생각하십시오.

또한, 이제는 공부 외적인 시행착오에 직면했을 때도 핑계대지 마십시오.

시행착오는 여러분께 좋은 것입니다.

모의고사같은 시험을 보았을 때, 모종의 이유 때문에 크게 잘못되었다면 핑계를 대는 것이 아닌, 그와 같은 시행착오를 경험했음에 감사하시고 나중에 똑같은 일이 일어날 때 어떻게 할지 대략적인 계획을 세워두십시오.

수면이 부족할 때의 시험이라던지, 소음이 심할 때의 시험이라던지, 어떤 이유가 있을지 모릅니다.

그러한 상황에서 절대 지지않는 멘탈을 만들기 위해서는 더욱 많은 경험을 하셔야합니다.

제 개인적으로는 수면의 부족함을 수능시험 때 겪었습니다. 평소에 커피를 많이 마셔도 괜찮다는 것을 알았고, 수능 때 커피 몇 개 더 사가서 큰 손해 없이 극복했었습니다.

정리하자면, 오늘 막혔거나, 틀렸거나, 약한 부분을 발견했다면

행운입니다.

오늘 질문했고, 약한부분을 고민했고, 막힌 부분을 해결한 부분이 몇 개 있다면

공부를 잘 한 것입니다.

오늘 겪어보지 못한 예외상황이 있었다면, 개선할 방법을 몇가지 생각해봤다면

오늘 하루가 의미가 있었던 것입니다.

그게 아니라면, 공부에 대한 관점부터 다시 생각해보십시오.

공부를 하지 않고 있었을 수도 있습니다.

교과서와 기출로 공부했어요

0. 서론

안녕. 여러분? 청의미라고 해.

보통 교과서에 관한 글은 쓰는사람이 없어. 나만쓰고있는 것같아.

몇가지 얘기할 것들이 있어 글을 쓰게 되었어.

예를 들어, 위와같은 제목의 기사가 뜬다고 생각해보자.

여러분은 어떻게 생각할까?

말도안된다고 생각하겠지? 그 이유가 뭘까?

왜 여러분은 교과서를 단 한번도 보지 않는 것일까?

교과서를 보지 않는다고 해도 문제는 없을까?

1-1) 나와 비슷한 학생들은 왜 교과서를 싫어할까?

나는 이 이유를 조금 많이 생각해보게 되었어.

여러분이 교과서로 공부했다는 말을 안믿고 싫어하는 이유가 뭘까?

이 얘기를 하기 전에, 나는 내 이야기를 해보려고 해.

나는 돈이 없어서 교과서와 기출을 기본으로 공부할 수 밖에 없었어.

그것도 기출도 마찬가지로 내가 해설을 써가면서 공부할 수 밖에 없었단말이지?

뭐 그 해설로 2014년인가에.. 뭐 천하제일기출해설대회라고. 그런게 있었어.

그거 5만원 받고 또 책사고 그랬었지. 하여튼 그때는 힘들었었어.

첫번째로, 나는 이러한 학생들. 특히 나와 같은 경험을 한 학생들이 이 말을 싫어하는 이유를 알아.

당연히 안믿기거든. 무언가 좋은 것이 있거나, 특이한 것이 있거나, 하여튼

공부 잘하는데에는 무언가의 특별함이 필요하다고 생각을 하게되거든. 물론 이건 내 경험이야.

나는 수험생활 때, 특히 15시간 두유먹고 노력했는데 망친 이후부터는
단 한번도 내 자신을 믿은 적이 없어.

그리고 이렇게 공부해서 대학 갈거라고 생각해본 적이 없어.

개인적으로는, 학비가 좀 싼 시립대정도나, 집에서 가까운 중앙대정도 갔으면 좋겠다 하는 희망사항이 있었지

절대 이런식으로 공부해서 좋은 결과가 나오리라고 생각해본적은 단 한번도 없어.

내 아버지는 내게 공부재능이 없다고 말씀하셨어.

나도 그렇다고 생각했었고, 그냥 전년도와 다르게 한번 시도해본 것으로 만족하고싶었어.

무작정의 문제풀이(물론 꼭 필요하지만.)만이 아닌, 어느정도 생각의 정리를 해보고싶었고,그게 좀 통한거겠지.

대학 붙고나서는 내 아버지는 원래부터 공부재능이 있었던 거라고 말씀하셨는데.. ㅋㅋ 나는 공부재능이 없어.

나와 같은 경험을 한 학생들을 위해 말해볼게.

공부에는 무언가 특별한 것이 필요하지 않아.
생각과 고민, 그리고 질문.
내가 모르는 것과 부족한 것을 찾고 붙잡고 계속 알아가는 노력.
이런 것 외에는 특별한 것이 필요하지 않아.

이 관점에서 나는 이상적으로 학습하면 교과서와 기출만으로 충분히 목적지까지 갈 수 있다고 생각해.

(물론, 그것이 힘드니까 여러가지 도구를 이용해서 교과서와 기출의 이해와 숙련도를 늘려야한다고 생각해.

하지만 역시 수험생활에서의 공부의 기본은 교과서와 기출은 맞아. 다른 것들은 기본을 위한 참고자료라고 생각하면 돼.)

특별한게 필요하다고 생각하지 마.
그것이 오히려 여러분의 공부를 방해해.
여러분이 충분히 고민하고 노력할 시간이 있는데, 특별한 것을 찾느라 시간낭비하지마.

1-2) 보통의 학생들은 왜 교과서를 싫어할까?

왜냐하면 다른 선택지들이 있기 때문일거야.

그리고 나는 그러한 선택지들을 잘 접해보진 않았어.

내 선택지 중 하나는 수학영역의 비밀이었어. 포카칩의 책이었고, 그것으로 많이 도움을 받았어.

그리고 교과서랑 병행했었고, 교과서의 어떠한 장점같은 것을 이해하게 되었어.

여러분이 어떤 선택지를 선택해도 여러분의 자유야.

다만, 교과서는 엄청 기본적인 텍스트야. 가장 일반적인 텍스트라는 얘기야.

필요한 설명이 있는 가장 간결한 형태의 개념설명이 되어있어.

그리고 필요한 설명이니만큼, 본문 서술에 생각해볼만한 내용들이 반드시 담겨있기마련이야.

여러분이 교과서를 공부한다면, 반드시 가져가야할 이점이 있어.
반드시, 교과서의 개념이 어떤 개념과 연관이 되는지, 어떤 의미를 갖는지.
반드시 질문하고 정리해야해.

이러한 이점을 이해하지 못한다면, 교과서보다 서술이 극히 적은 문제집을 이용하거나,

교과서보다 많은 서술이 되어있지만, 기존 개념과의 연결성을 많이 고려하지 않은 책을 선택할 수도 있어.

물론, 기존 개념과의 연관을 충분히 설명하고, 이 개념의 의미를 충분히 설명한다면 그것은 좋은 컨텐츠인건 확실해.
개념과의 연결. 이것에 집중해야해.

개념 하나하나 개별적으로만 학습하는 것은 지금 당장에는 좋을지 몰라도 나중에 크게 힘들어져.

여러분이 질문할 수 있고, 스스로 텍스트를 읽어보면서 정리할 수 있는 가장 좋은 컨텐츠는 나는 교과서라고 생각해.

아마도, 여러분이 이렇게 하지 않는 이유도 불편해서일 것 같아.

교과서의 텍스트는 딱딱하고, 이해하기 쉽지 않은 부분이 있어.

특히 교과서는 수업용이기 때문에, 잘 보지 않고는 어떤 점이 중요한지 알기 힘들 수도 있지.

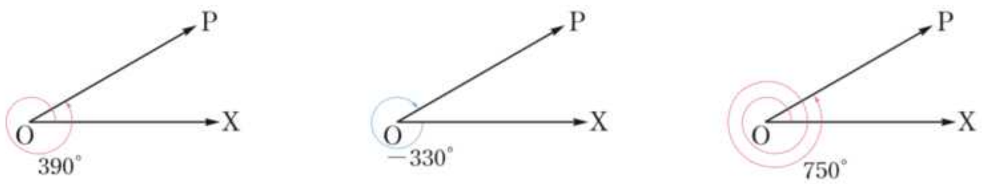
이런 생각을 가진 여러분이 교과서를 활용한다면, 참고서나 강의를 학습하고 교과서로 다시 돌아가서 이해하는게 좋을거야.

그럴 때 수업용으로의 교과서를 잘 활용할 수 있을거야. 참고서와 강의가 수업을 대체한다고 생각하면 돼.
다만, 교과서를 통한 예복습은 철저하게 해야해.

그 예복습의 형태는 결국 질문을 만들고, 그 질문에 대한 답을 정리한다고 생각하면 돼.

2. 교과서 활용법 : 본문

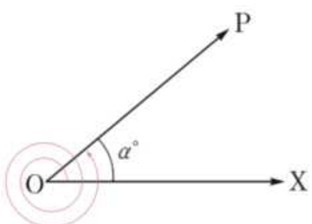
시초선은 고정되어 있으므로 각의 크기가 주어지면 동경의 위치는 하나로 정해지지만 동경의 위치가 정해지더라도 동경이 나타내는 각의 크기는 여러 가지 값을 가질 수 있다. 예를 들어 시초선 OX에 대하여 각의 크기 $390°$, $-330°$, $750°$를 나타내는 동경 OP를 그림으로 나타내면 다음과 같이 동경의 위치가 모두 같다.



일반적으로 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기가 $\alpha°$일 때, $\angle XOP$의 크기는

$$360° \times n + \alpha° \ (n\text{은 정수})$$

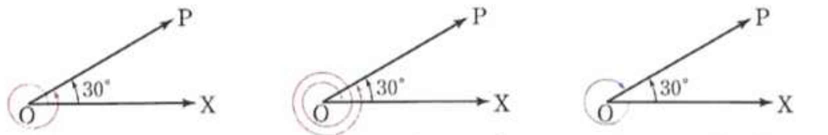
와 같이 나타내고, 이것을 동경 OP가 나타내는 **일반각**이라고 한다.



일반각으로 나타낼 때 보통 α는 $0° \le \alpha° < 360°$ 또는 $-180° < \alpha° \le 180°$인 것을 택한다.

시초선 OX는 고정되어 있으므로 ∠XOP의 크기가 정해지면 동경 OP의 위치는 하나로 정해진다. 그런데 동경 OP의 위치가 정해져도 동경 OP가 양의 방향 또는 음의 방향으로 한 바퀴 이상 회전할 수 있으므로 ∠XOP의 크기는 하나로 정해지지 않는다.

예를 들어 시초선 OX와 30°의 위치에 있는 동경 OP가 나타내는 각의 크기는 다음과 같이 여러 가지이다.

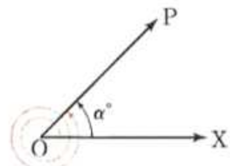


$390^\circ = 360^\circ \times 1 + 30^\circ$ $\quad 750^\circ = 360^\circ \times 2 + 30^\circ$ $\quad -330^\circ = 360^\circ \times (-1) + 30^\circ$

일반적으로 시초선 OX와 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기를 α°라 하면 ∠XOP의 크기는

$$360^\circ \times n + \alpha^\circ \ (n\text{은 정수})$$

의 꼴로 나타낼 수 있다. 이것을 동경 OP가 나타내는 **일반각**이라고 한다.



일반각으로 나타낼 때, α°는 보통 $0^\circ \le \alpha^\circ < 360^\circ$ 또는 $-180^\circ < \alpha^\circ \le 180^\circ$인 것을 택한다.

아 그리고 위 두 내용은 서로 다른 교과서야.

제발 이제는 교과서 뭐사냐고 물어보지마.. 아무거나 사도 위 내용 들어있을거야.

만약 여러분이 교과서를 잘 공부한다고 한다면

각의 크기가 주어지면 동경의 위치도 정해지는데 왜 동경의 위치가 정해지더라도 각은 정해지지 않을까?

나중에 배우는 삼각함수에 대한 내용에서와 어떤 연관이 있을까?

와 같은 질문들을 당연히 해야할거야.

나중에 호도법을 배우면서 각을 라디안이라는 단위로 표현하게 되고

이걸 이용하여 삼각함수를 정의할 때, 함수의 정의대로 무엇이 어떻게 대응되는지 관찰해야할거야.

예를 하나 더 들어볼까?

거듭제곱근의 성질

지수법칙을 이용하여 거듭제곱근의 성질을 알아보자.

$a>0$이고 n이 2 이상인 자연수일 때, $\sqrt[n]{a}$는 n제곱하면 a가 되는 양수이므로

$$(\sqrt[n]{a})^n=a$$

가 성립한다.

이를 이용하면 $a>0$, $b>0$이고 n이 2 이상인 자연수일 때, 지수법칙에 의하여

$$(\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b})^n=(\sqrt[n]{a})^n(\sqrt[n]{b})^n=ab$$

이다. 이때 $\sqrt[n]{a}>0$, $\sqrt[n]{b}>0$이므로 $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}>0$이다.

따라서 $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$는 ab의 양의 n제곱근이므로 다음이 성립한다.

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$$

한편, $a>0$이고 m, n이 2 이상인 자연수일 때, 지수법칙에 의하여

$$\{(\sqrt[n]{a})^m\}^n=(\sqrt[n]{a})^{mn}=\{(\sqrt[n]{a})^n\}^m=a^m$$

이다. 이때 $\sqrt[n]{a}>0$이므로 $(\sqrt[n]{a})^m>0$이다.

따라서 $(\sqrt[n]{a})^m$은 a^m의 양의 n제곱근이므로 다음이 성립한다.

$$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$$

생각톡톡
$\sqrt[n]{a^m}$과 $\sqrt[mn]{a^n}$은 같을까?

거듭제곱근의 성질

$2^3=8$, $3^3=27$이므로 $\sqrt[3]{8}=2$, $\sqrt[3]{27}=3$이다. 또한 $6^3=216=8\times27$이므로 $\sqrt[3]{8\times27}=6$이다. 따라서 $\sqrt[3]{8}\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{8\times27}$이 성립한다.

이제 $a>0$, $b>0$이고 n이 2 이상의 자연수일 때, $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$가 성립하는지 알아보자.

지수법칙과 거듭제곱근의 정의에 의하여

$(\sqrt[n]{a})^n=a$, $(\sqrt[n]{b})^n=b$

$$(\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b})^n=(\sqrt[n]{a})^n(\sqrt[n]{b})^n=ab$$

이다. 이때 $\sqrt[n]{a}>0$, $\sqrt[n]{b}>0$이므로 $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}>0$이다.

따라서 $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$는 ab의 양의 n제곱근이므로

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$$

가 성립한다.

왜? 어떻게 거듭제곱근의 성질을 증명하기 위해서 지수법칙이 필요할까?

정의에 따라 n제곱근 ab는 당연히 n제곱하면 ab가 되는게 확실해.

그렇다면 좌변도 그렇겠느냐는거지. 이것을 지수법칙으로 증명할 수 있어.

여러분이 이렇게 하지 않는 이유도 마찬가지인 것 같아.

아무래도 교과서로 질문하고 정리하는 것이 불편하니까.

어디까지 해야할지 잘 감이 안잡히니까.

선을 정해줄게.

여러분이 수학 개념을 공부할 때, 뒷단원 공부하면서 앞단원을 자꾸 까먹는다고 하던데.
그렇게 개념을 학습했다면, 개념학습 자체가 잘못되어있을 가능성이 거의 100%에 수렴해.
절대 그렇게 만드는 개념컨텐츠를 선택하지마.
개념을 공부했다면, 적어도 앞단원의 개념을 쓸 수 있어야해.
내 경우에는 중학교 개념까지 쓸 수 있는 것을 확인하고 진행했었어.

예를 들어, 중학교의 원주각 개념과 그에 대한 증명을 하지 못한다면, 과연 여러분은 사인법칙을 증명할 수 있을까?

사인법칙의 모습을 발견하기 위해서는, 사인법칙의 증명을 해보고 문제풀이로 연습해야 문제상황에서 보일 수 있는데?

교과서에서는 다음과 같이 서술하고 있어. 당연하게도 여러분은 본문의 [원주각의 성질에 의하여]라는 말의 뜻을 이해했어야해.

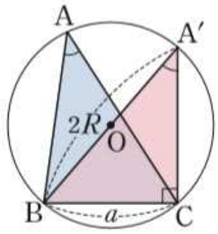
삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O, 반지름의 길이를 R, 점 B와 중심 O를 지나는 직선이 원과 만나는 점을 A′이라고 할 때, ∠A의 크기에 따라 다음과 같이 세 가지 경우로 나누어 생각해 보자.

(i) $0<A<\frac{\pi}{2}$일 때,

점 B에서 중심 O를 지나는 지름 BA′을 그리면 원주각의 성질에 의하여 $A=A'$이고

$\angle \mathrm{BCA'}=\frac{\pi}{2}$이므로 $\sin A=\sin A'=\frac{a}{2R}$

이다. 따라서 $\frac{a}{\sin A}=2R$이다.

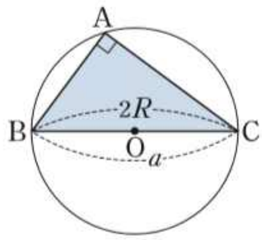


(ii) $A=\frac{\pi}{2}$일 때,

직각삼각형 ABC에서 $a=2R$이므로

$\sin A=1=\frac{a}{2R}$

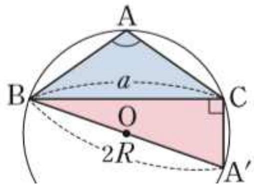
이다. 따라서 $\frac{a}{\sin A}=2R$이다.



(iii) $\frac{\pi}{2}<A<\pi$일 때,

점 B에서 중심 O를 지나는 지름 BA′을 그리면 사각형 ABA′C는 원에 내접하는 사각형이므로

$A=\pi-A'$이다. 이때 $\angle \mathrm{BCA'}=\frac{\pi}{2}$이므로



교과서 본문은 이런 식으로의 이해를 하기 위해 좋은 도구가 될거야.

이전 개념이 어떻게 활용되는지, 이 개념을 이해하기 위해서는 어떤 것을 정리해야하는지.

당연히 알아야 여러분은 개념을 이해할 수 있어.

왜 여러분이 개념을 안 까먹는지 알아?
나는 단언할 수 있어. 많이 쓰기 때문이야.
많이 쓰는 이유는, 당연하게도 다음 개념을 배울 때 이 개념이 쓰이니까.
문제풀이에만 쓰이는게 아니란 말이지.

+. 텍스트 독해의 이해.

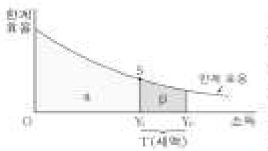
우리는 왜 글을 읽을까?
다음은 이번년도 고3 3월 모의평가 국어야. 읽어보도록 하자.

[16~21] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

세원이란 조세가 부과되는 원천인데, 소득은 대표적인 세원 중 하나이다. 조세를 부과할 때 세율을 적용하는 부분은 세원 전체가 아니다. 가령 우리나라는 ㉠부양가족이 있는 사람에게는 개인의 총소득 중 일부를 공제*한 뒤에 세율을 적용한다. 과세 대상 소득으로부터 얻는 만족감이 동일한 자에게, 동일한 조세 부담을 요구하는 것이 공평하다고 생각되기 때문이다. 개인의 총소득에서 공제를 한 뒤, 세율이 적용되는 소득을 과세 표준이라 한다. 그리고 납세 부담액, 즉 세액은 과세 표준에 세율을 곱함으로써 ⓐ산출된다. 납세자가 부담할 세액을 결정하는 데 활용되는 세율은 한계 세율이다. 한계 세율이란 세액의 증가분이 과세 표준의 증가분에서 차지하는 비중을 말하는데, 세액의 증가분을 과세 표준의 증가분으로 나눈 값이다. 이 밖에도 세율에는 세액을 과세 표준으로 나눈 값인 평균 세율, 세액을 과세 이전 총소득으로 나눈 값인 실효 세율 등이 있다.

[A] 다음 예를 통해 세율에 대해 이해해 보자. 소득세의 세율이 과세 표준 금액 1천만 원 이하는 10%, 1천만 원 초과 4천만 원 이하는 20%라 하자. 이처럼 과세 표준을 몇 개의 구간으로 나누는 까닭은 소득에 대응하는 세율을 일일이 확정하는 것이 현실적으로 어렵기 때문이다. 과세 표준 금액이 3천만 원인 사람의 세액은 '1천만 원×0.1(10%)+2천만 원×0.2(20%)=5백만 원'으로 계산된다. 이 경우 평균 세율은 약 16.7%(5백만 원/3천만 원)가 된다. 과세 표준에 세율을 어떻게 적용할 것인지에 따라 세율 구조가 결정된다. 과세 표준이 클수록 높은 세율로 과세하는 것을 누진 세율 구조라고 한다. 그런데 누진 세율 구조가 아니더라도 고소득일수록 세액이 증가할 수 있으므로 세율 구조는 평균 세율의 증가 여부로 판단하는 것이 적절하다. 즉 과세 표준이 증가할 때 평균 세율이 유지되면 비례 세율 구조, 평균 세율이 오히려 감소하면 역진 세율 구조, 함께 증가하면 누진 세율 구조이다.

대다수 국가에서 소득세는 누진 세율 구조를 적용하고 있는데, 그 이유는 경제적 능력에 따라 조세를 부담하는 것이 공평하다고 생각되기 때문이다. 일찍이 공리주의자 밀은 조세 부담이 개인의 소득 감소를 유발하므로 세금 납부에 따른 경제적 희생, 즉 효용의 손실이 균등해야 공평하다고 보았다. 이를 균등 희생 원리라고 하는데, 밀의 이러한 주장은 후대 학자들에 의해 누진 세율 구조를 ⓑ옹호하는 근거로 활용되었다. 여기서 희생이란 세액 자체가 아니라 납세로 인한 총효용의 감소분이다. 그런데 밀은 균등하다는 것이 구체적으로 어떤 의미인지는 논하지 않았다. 이에 후대 학자들은 균등의 의미를 절대 희생 균등의 원칙, 비례 희생 균등의 원칙, 한계 희생 균등의 원칙으로 구분하여 논의하였다. 이러한 논의는 소득만이 개인의 효용을 결정하고 효용은 측정 가능하며 소득 증가에 따라 한계 효용이 체감한다는 가정에 ⓒ입각해 있다. 뿐만 아니라 모든 사람의 소득의 한계 효용 곡선이 동일하다고 가정한다.



<그림>

균등한 희생과 관련 있는 세 원칙은 <그림>에 나타나 있는 것과 같은 소득의 한계 효용 곡선을 통해 이해할 수 있다. 소득의 한계 효용이란 소득이 1단위 증가했을 때 개인이 얻게 되는 만족의 정도를 의미한다. <그림>에서 원래 소득이 Y_0O였던 사람이 세액 T를 내면 세후 소득이 Y_1O로 줄어든다. 이때 희생된 효용의 절대량은 면적 β로 나타낼 수 있다. 절대 희생 균등의 원칙에 따르면 각 개인들이 조세를 부담함으로써 떠안게 되는 희생의 절대적 크기가 균등해야 한다. 그러므로 이 원칙 아래에서는 고소득자의 세액이 저소득자의 세액보다 커야 한다. 그런데 이것만으로는 누진 세율 구조라고 ⓓ단정하기 어렵다. 절대 희생 균등 원칙 아래에서는 소득이 1% 증가할 때 한계 효용은 1% 이상 감소할 정도로 한계 효용 곡선이 가파른 기울기를 가져야만 누진 세율 구조가 ⓔ성립될 수 있기 때문이다. 극단적으로 생각했을 때, 한계 효용 곡선이 체감하지 않고 기울기가 0이라면 절대 희생 균등의 원칙 아래에서는 모든 개인이 동일한 세액을 부담해야 한다. 누진 세율 구조를 충족시킬 수 없는 것이다.

비례 희생 균등의 원칙에 따르면 과세 이전 총소득으로부터 얻는 총효용에서 납세로 인한 효용의 상실, 즉 희생이 차지하는 비율이 모든 개인에게 동일해야 한다. 이는 <그림>에서 면적 β를 면적 α+β로 나눈 값인 효용의 희생 비율이 모두 똑같아야 한다는 것을 뜻한다. 이 원칙 아래에서 누진 세율 구조는 소득의 한계 효용 곡선이 체감하는 모양이기만 하다면 이루어질 수 있다. 즉 소득의 한계 효용 곡선이 반드시 가파른 기울기를 가질 필요는 없다. 비례 희생 균등의 원칙 아래에서 만약 한계 효용 곡선의 기울기가 0이라면 비례 세율 구조가 될 것이다.

한계 희생 균등의 원칙에 따르면 과세 이후에 얻는 한계 효용의 크기가 모든 개인에게 동일해야만 한다. <그림>에서 조세 부담의 마지막 단위에서 발생하는 한계 효용은 선분 Y_1S의 길이로 나타낼 수 있는데, 한계 희생 균등의 원칙에 따르면 이 길이가 모든 사람에게 같아지도록 해야 한다. 그 결과 과세 이전의 소득 수준에 관계없이 모든 개인이 동일한 효용의 크기를 가지게 된다. 따라서 한계 희생 균등의 원칙을 적용하면 고소득층일수록 매우 무거운 조세 부담이 요구된다.

* 공제 : 받을 몫에서 일정한 금액이나 수량을 뺌.

16. 윗글에 대한 설명으로 가장 적절한 것은?

① 조세의 본질과 기본 원칙을 제시하며 조세의 경제적 효과에 대해 설명하고 있다.
② 조세 부과의 효율성에 대한 고찰을 통해 누진적 조세 부담의 변천 과정을 설명하고 있다.
③ 조세 부담의 공평성에 대한 견해를 비교하며 조세 행정의 목적을 효율적 자원 배분의 관점에서 설명하고 있다.
④ 조세를 강제 징수하는 이유를 제시하고 여러 나라의 사례를 들어 세율 구조를 결정하는 방법에 대해 설명하고 있다.
⑤ 조세 관련 용어들의 개념을 제시하고 조세 부담에서의 균등한 희생이란 무엇인가와 관련된 원칙들을 설명하고 있다.

우리가 텍스트를 독해하는 이유는 간단해. 우리가 몰랐던 것을 알기 위해서야.

그리고 많은 교수자는 우리가 몰랐던 것을 알게하기 위해서 우리 스스로 질문하고 토론하기를 원하곤 해.

즉, 좋은 책이나 좋은 컨텐츠는 우리 스스로 질문하고 토론하게 하는 것이야.
그것이 우리에게 더 많이 남게되거든.

이상적인 독해라는 것은, 반드시 질문을 포함하게 되어있어.

그것을 이용해 독자와 토론을 하도록 만드는거야. 반드시 기억해야해.

위 글을 읽을 때도 ㄱ 부분의 [부양가족이 있는 사람에게는 개인의 총 소득 중 일부를 공제한 뒤에 세율을 적용한다.]

그리고 그 다음 문장에서 [과세 대상 소득으로부터 얻는 만족감이 동일한 자에게, 동일한 조세 부담을 요구하는 것이 공평하다고 생각되기 때문이다.]

과연, ㄱ 부분의 문장의 이유가 뒷 문장이 되는 이유가 무엇인지에 대해 궁금해해야해.

그 이후부터는 용어를 설명하고 있는데, 그 용어에 대해서 정리하면서 넘어가면 돼.

또한, 실제로 세금을 직접 구하는 부분에서 어떻게 위의 정리한 용어들이 적용되는지 확인해볼 수 있을거야.
두번째 문단을 보자.

[대다수 국가에서 소득세는 누진 세율 구조를 적용하고 있는데, 그 이유는 경제적 능력에 따라 조세를 부담하는 것이 공평하다고 생각되기 때문이다.

일찍이 공리주의자 밀은 조세 부담이 개인의 소득 감소를 유발하므로 세금 납부에 따른 경제적 희생, 즉 효용의 손실이 균등해야 공평하다고 보았다.

이를 균등 희생 원리라고 하는데, 밀의 이러한 주장은 후대 학자들에 의해 누진 세율 구조를 옹호하는 근거로 활용되었다.

여기서 희생이란 세액 자체가 아니라 납세로 인한 총효용의 감소분이다.

그런데 밀은 균등하다는 것이 구체적으로 어떤 의미인지는 논하지 않았다.

이에 후대 학자들은 균등의 의미를 절대 희생 균등의 원칙, 비례 희생 균등의 원칙, 한계 희생 균등의 원칙으로 구분하여 논의하였다.]

읽을 때, 아마 이런식의 질문과 답변을 하면서 읽게 될거야.

대다수 국가에서 소득세는 누진 세율 구조를 적용하고 있는데, 그 이유는 경제적 능력에 따라 조세를 부담하는 것이 공평하다고 생각되기 때문이다.
-> 왜? 공평하다고 생각하는걸까?

일찍이 공리주의자 밀은 조세 부담이 개인의 소득 감소를 유발하므로 세금 납부에 따른 경제적 희생, 즉 효용의 손실이 균등해야 공평하다고 보았다.
이를 균등 희생 원리라고 하는데, 밀의 이러한 주장은 후대 학자들에 의해 누진 세율 구조를 옹호하는 근거로 활용되었다.
-> 아! 이런 이유 때문에 누진 세율 구조가 공평하다고 말할 수 있겠구나!

여기서 희생이란 세액 자체가 아니라 납세로 인한 총효용의 감소분이다.
그런데 밀은 균등하다는 것이 구체적으로 어떤 의미인지는 논하지 않았다.
-> 그러면 균등하다는 것이 어떤 의미일까?

이에 후대 학자들은 균등의 의미를 절대 희생 균등의 원칙, 비례 희생 균등의 원칙, 한계 희생 균등의 원칙으로 구분하여 논의하였다.
-> ????????? 이게 무슨 말일까?

이런 식으로 질문하면서, 답이 본문에 있을 경우, 그것을 정리하는 방식으로,

답이 본문에 없다면 의문을 계속 가지면서 읽는 것이 보통의 텍스트를 읽는 방식이야.

이렇게 의문을 가지게 만들고 해결하도록 저자는 독자를 위해 글에 여러가지 의문과 예시를 적어두게 돼.

그리고 이것은 이전에도 말했듯이, 수학 교과서를 읽을 때도 똑같이 적용해야해.

교과서의 생각열기, 그리고 본문에서 생각하고 질문할만한 것이 있는지, 그리고 그걸 해결할 수 있는지 생각해봐야해.

다행스럽게도 교과서의 생각열기와 본문은 그러한 의문들을 떠올리는 것이 가능하도록 지어졌어.

그리고 교과서 안에서 질문해야할 것은 하나가 더 있어.

3. 교과서 활용법 : 예제

여러분은 이제 예제를 보게 될텐데, 교과서의 예제는 모범풀이와 같은 개념이야.

즉, 교과서의 풀이가 왜? 이렇게 서술되어있는지 여러분은 질문하고 답변해야해.

(출처 : 교학사 2015 개정 수학 2 교과서)

$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$,
$\lim_{x\to\infty} g(x)=\infty$일 때,
$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$,
$\lim_{x\to\infty} \{f(x)-g(x)\}$는
어떻게 구할 수 있는가?

함수의 극한에 대한 성질을 적용할 수 있는 형태로 식을 변형한 후 극한값을 구한다.

분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나누어 분모의 극한값이 존재하도록 식을 변형한다.

(1) 분모의 최고차항인 x^2으로 분자, 분모를 각각 나누면

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2+2x+1}{2x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{3+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{2+\frac{1}{x^2}}$$

$\lim_{x\to\infty} \frac{2}{x}=0$, $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2}=0$을 이용하여 극한값을 구한다.

$$= \frac{\lim_{x\to\infty}\left(3+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}{\lim_{x\to\infty}\left(2+\frac{1}{x^2}\right)}$$

$$=\frac{3}{2}$$

-> 왜? 분모의 최고차항으로 나눠야할까?

접선의 방정식을 구하기 위하여 알아야 할 것은 무엇인가?	기울기가 주어져 있으므로 접점의 좌표를 찾으면 접선의 방정식을 구할 수 있다.
미분계수를 이용하여 접점의 좌표를 구한다.	$f(x)=x^2-5x$라고 하면 $f'(x)=2x-5$ 접점의 좌표를 $(a,\ f(a))$라고 하면 $x=a$에서 접선의 기울기가 -1이므로 $f'(a)=-1$ 즉 $2a-5=-1$이므로 $a=2$ $f(2)=-6$이므로 접점의 좌표는 $(2,\ -6)$

접선의 방정식을 구하기 위하여 알아야 할 것은 무엇인가?	접선의 기울기와 접점의 좌표를 찾으면 접선의 방정식을 구할 수 있다.
접점의 x좌표를 a로 놓고 접선의 방정식을 구한다.	$f(x)=x^2-5x+7$이라고 하면 $f'(x)=2x-5$ 접점을 $(a,\ f(a))$라고 하면 $f'(a)=2a-5$이므로 접선의 방정식은 $y-(a^2-5a+7)=(2a-5)(x-a)$ …… ①

-> 왜 기울기가 주어져 있거나, 바깥의 한 점이 주어져 있을 때도 접점을 찾게될까?

어떤 구간에서 부등식 $f(x)\geq 0$이 성립함을 보이려면 그 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값이 0보다 크거나 같음을 보이면 된다. 또 어떤 구간에서 부등식 $f(x)\geq g(x)$가 성립함을 보이려면 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 $h(x)=f(x)-g(x)$로 놓고, 주어진 구간에서 $h(x)\geq 0$임을 보이면 된다.

$x\geq 0$일 때, 부등식 $x^3-2x>x-4$가 성립함을 보이시오.

어떤 함수를 이용할 것인가?	$x^3-2x>x-4$에서 $x^3-3x+4>0$이므로 $f(x)=x^3-3x+4$로 놓고, $x\geq 0$일 때 $f(x)$의 최솟값이 0보다 큼을 보인다.
함수 $f(x)$의 증가와 감소를 조사한다.	$f'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$ $f'(x)=0$을 만족시키는 x의 값은 $x=1$ 또는 $x=-1$ $f'(x)$의 부호를 조사하여 $x\geq 0$일 때 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 오른쪽 표와 같다.

x	⋯	-1	⋯	1	⋯
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	6	↘	2	↗

->왜 두 함수의 대소관계를 밝히기 위해서, f(x)-g(x)=h(x)를 정의하여 최솟값이 0보다 크거나 같음을 보여야할까?

여러분은 이러한 의문을 계속 떠올렸을까?

예제풀이는 교과서에서의 모범답안이고, 이것은 수능에서의 모범답안과 연결이 돼.

즉, 여러분은 이러한 의문에 대해서 최대한 깊게 생각하고 떠올려야하는데

지금 이 교과서에서는 이러한 의문을 대신 해주고 있어.
[어떤 함수를 이용할 것인가?]
[극한은어떻게 구할 수 있는가?]
[접선의 방정식을 구하기 위하여 알아야 할 것은 무엇인가?]

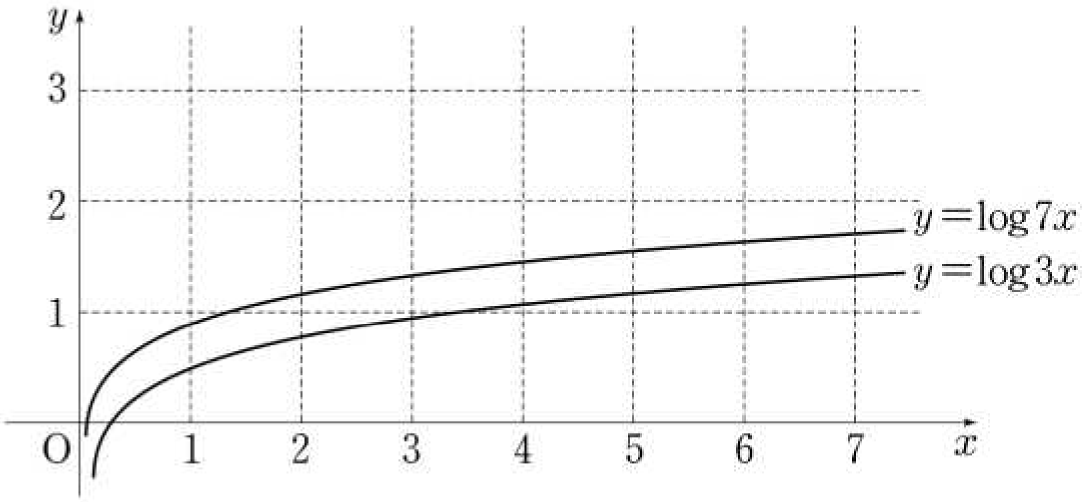
이러한 의문에 대해서는 여러분이 원래 만들어야 하는 것이야.

그리고 조만간 나도 여러분에게 이러한 의문을 계속해서 던져줄테니 기대해주세요! 제발!

4. 행동영역은 개념에서 비롯된다!

30. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y=\log 3x$, $y=\log 7x$의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 꼭짓점의 x좌표, y좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
(나) 꼭짓점의 x좌표는 모두 100 이하이다.



2013학년도 9월 평가원 공통 30번

30. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $1 \le a \le 10$, $1 \le b \le 100$
>
> (나) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=1$과 만나지 않는다.
>
> (다) 곡선 $y=2^x$이 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=4$와 적어도 한 점에서 만난다.

2015학년도 9월 평가원 A형 30번

이 문제를 풀 때, 어떻게 접근해야 할까?

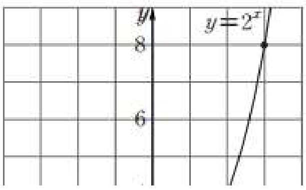
여러분은 지수함수와 로그함수를 어떻게 그렸을까?

지수함수 $y=2^x$의 그래프를 그려 보자.

함수 $y=2^x$에서 실수 x의 값에 대응하는 y의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	$\cdots$

위의 표에서 x의 값에 대응하는 y의 값의 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내고, 점의 개수를 좀 더 촘촘히 늘여가면 함수 $y=2^x$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 매끄러운 곡선이 된다.



로그함수는 지수함수를 y=x 직선 대칭을 하여 구할 수 있다고 한다.

즉, 마찬가지로 밑이 2인 로그함수 또한, (1,0), (2,1), (4,2)... 를 찍어서 이었을 것으로 생각할 수 있다.

이 문제를 풀 때, 여러분은 반드시 지수함수와 로그함수의 그래프를 그리게 될 것이고,
반드시 지수함수와 로그함수의 특징점을 기준으로 생각해야 문제에 접근할 수 있다.
그것이 지수함수와 로그함수를 그리는 방법이었기 때문이다.

2013학년도 9월 30번에서 각각의 그래프를 그리기 위해선, y=1, y=2, y=3이 되는 점을 찾아서 찍고 이었어야 했다.

그리고 마찬가지로 2015학년도 9월 30번의 그래프를 그리기 위해, x=1, x=2, x=3인 점을 찾아서 찍고 이었어야 했다.

문제풀이의 시작 또한 이 점을 기준으로 시작할 수 있다.

우연히도 x좌표와 y좌표 모두 자연수일 때의 상황을 물어보았고, 그것을 기준으로 조건에 맞는 정사각형을 찾을 수 있었다.

(물론 우연하지 않다. 위 두 문제에서 요구하는 것은 지수함수와 로그함수 그래프를 그리고 활용할 수 있는지에 관한 것이다.

즉, 지수함수와 로그함수의 그래프를 그리는 방식이 바로 위와 같으므로, 반드시 특징점을 문제에서 구하도록 디자인 할 것이다.)

마찬가지로 원의 중심 또한 특징점부터 고려할 수 있는데, 이 특징점에서는 조건에 반드시 맞지 않는다.

이 점을 기준으로 움직여보면서 생각하면 규칙에 부합하는 중심의 좌표를 찾을 수 있다.

접근 방법의 기본은, 단언컨대 개념이다.

그래프를 어떻게 그렸는지 생각해본다면, 우리가 먼저 생각해야할 지점이 반드시 보인다.

| 2018학년도 수능 나30 |

기출 3 이차함수 $f(x)=\dfrac{3x-x^2}{2}$에 대하여 구간 $[0, \infty)$에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0 \le x < 1$일 때, $g(x)=f(x)$이다.
> (나) $n \le x < n+1$일 때,
> $$g(x)=\frac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$$
> 이다. (단, n은 자연수이다.)

어떤 자연수 $k\ (k \ge 6)$에 대하여 함수 $h(x)$는

$$h(x)=\begin{cases} g(x) & (0 \le x < 5 \text{ 또는 } x \ge k) \\ 2x-g(x) & (5 \le x < k) \end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$을 $a_n=\int_0^n h(x)\,dx$라 할 때, $\lim_{n\to\infty}(2a_n-n^2)=\frac{241}{768}$이다.

k의 값을 구하시오.

출처 : 그-책 221페이지

미안하다이거보여주려고어그로..

는 아니고 설명을 해보자.

현재 문제의 상황은, 굉장히 복잡하다.

g(x)의 모양도 불편하고, h(x)의 모양도 불편하며 마지막으로 수열의 정의와 그에 대한 극한도 불편하다.
고민을 해보면, 수열의 정의는 h(x)와 관련이 있을 것이다.

h(x)는 g(x)에 대한 함수이므로, 우리는 g(x)를 해석해야만 문제를 풀 수 있을 것 같다.

생각의 일부를 보면 다음과 같다.

1) $g(x)=\frac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$에서 $\frac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}$의 의미는 무엇일까?

$f(x)-x$를 x축으로 n만큼 평행이동 한 후, $\frac{1}{2^n}$을 곱하는 것이다.

2) $g(x)=\frac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$에서 왜 x는 따로 더해져있을까?

??

출처 : 그-책 해설 50페이지

(여러분이 풀이를 보면 알겠지만, 계속해서 풀이에서도 질문을 계속한다.
납득가능한 풀이, 정확한 풀이를 위해서는 너무나도 당연하게 질문이 있을 수 밖에 없음을 기억하자.)

분명한 것은, g(x)의 식의 의미는 f(x)-x를 평행이동 후 2의 n승을 나누었다는 의미라는 점이다.

그러나 우리가 불편했던 이유는 x가 따로 더해졌기 때문이다.

이제, 우리는 우변의 x를 넘겨 g(x)-x를 만들어보자. 그 때, 0<x<1 구간에서 좌변은 f(x)-x가 된다.

?? $g(x)-x$를 한번 생각해볼까?

2-1) $g(x)=\frac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$에서 왜 x는 따로 더해져있을까?

$g(x)-x=\frac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}$으로 변형하면 처음

$f(x)-x$를 평행이동하고

$\frac{1}{2}$배한 것과 $g(x)-x$는 같다.

3-1) $h(x)=\begin{cases} g(x) & (0 \le x < 5 \text{ 또는 } x \ge k) \\ 2x-g(x) & (5 \le x < k) \end{cases}$ 은 어떤 특징을 갖는가?

$h(x)-x=\begin{cases} g(x)-x & (0 \le x < 5 \text{ 또는 } x \ge k) \\ x-g(x) & (5 \le x < k) \end{cases}$ 으로, 구간이 달라질 때

x축 대칭을 이룬다! x를 넘기는게 정답이었구나!

4-1) $\lim_{n\to\infty}(2a_n - n^2)$의 극한에서 왜 n^2을 뺀 값을 구했을까?

a_n은 $h(x)$의 0부터 n까지의 적분값이다.

$y=x$그래프를 0부터 n까지 적분하면 그 넓이는 $\frac{n^2}{2}$가 나온다.

즉, $h(x)-x$를 0부터 n까지 적분한 값의 두 배의 극한을 구하면 정답이 된다!

x를 넘기는게 정말 정답이었구나!

출처 : 그-책 해설 50~51페이지

(심지어 이 생각 전개에서도 질문에 대한 답으로 확실해진 것이 보인다.
문제는 막힐 수도 있다.
다만 막히는게 문제가 아니라, 그 막히는 현상 속에서 질문하고 답하는 습관이 없기 때문에 문제이다.)

이제 우리의 의문과 그에 대한 해소는 다음과 같다.

$$g(x)=\frac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$$

이 식에서 +x 앞의 식은 평행이동으로 해석할 수 있었다는 점.

그러나, +x는 곱해지는 것 없이 따로 더해진 것이라, 해석하기 어려웠던 점이 있었다.

특히 +x 앞의 식은 n에 관한 식으로 생각할 수 있지만, +x가 붙어버려서 해석이 어려웠던 것으로,
명백하게 불편한건 x였다.

행동영역이라는 것은, 결국 개념에서부터 나오는 것으로,

위 문항 모두 우리가 개념을 배울 때 학습했던 원칙에 입각하여 처음의 접근을 하였고,

그에 대한 접근을 함에 있어서 불편하거나 이상한 점을 어떻게 해결할까에 대한 고민이 문제풀이의 핵심이 되었다.

즉, 반대로 말해서, 기출 분석이라 함은 교과서에서 배운 것을 근거로 한 납득 가능한 풀이를 재현하는 것이다.

그리고, 그러한 믿음직한 풀이를 여러분이 어떤 상황에서라도 재현할 수 있고, 여러분 스스로 납득 가능하다면 어떤 문제에서도 안정적인 1등급 이상을 당연하게도 받을 수 있을 것이다.

결론. 교과서와 기출로 공부한다는 것의 의미.

이러한 모든 과정에서, 당연하게 적용되는 한 문장은 다음과 같을 것이다.

공부의 양은 생각의 양과 같고, 생각의 양은 질문의 양과 같다.

이 말을 정말 많이하게 된다.

여러분이 개념과 개념간의 관계를 정확하게 정리할수록

기출에서 개념에 입각해서 그 풀이의 처음 접근과 그 순서또한 필연적인, 납득가능한 것이 될수록

여러분은 안정적인 실력을 갖게 될 것이다.

반대로, 그것을 이루기 위해서는 계속해서 여러분의 개념 공부와 기출문제 풀이에 대해 질문해야 하는 것이다.

해설지보는법

여러분께서는 왜? 라는 질문을 계속 하는 것이 공부에 있어서 가장 중요합니다.

오늘 모의고사를 보는 날이라고 알고있습니다.

마찬가지로 여러분의 시험에서도 왜?라는 질문은 필수적입니다.

그러니까 다시봐. 시험 끝나고 바로 복습하세요. - 모의고사 복습의 방법 https://orbi.kr/00017343214

해설지를 학습할 때는, 문제에서 어떻게 이러한 해설이 나오게 되었는지를 가장 중요하게 고민해야합니다.

그러니까. 여러분께서는 수학을 학습할 때, 반드시 고민해야하는 것이 있다구요.

특히 수능 기출문제의 경우, 문제풀이의 해설의 <처음의 이유>가 반드시 존재한다.

그리고 그 <처음의 이유>는 그저 모르니까 <풀이를 보면서 아는 행위>로는 해소되지 않는다.

그리고 여러분이 고난이도 문제를 해결할 수 있는 힘은, 바로 그 <처음의 이유>를 명확하게 보는 힘에서 나온다.

위와같은 이유때문에.

여러분이 해설지를 그저 안풀리기 때문에 보는 것을 지양해야한다는 것입니다.

이제, 한번 모-강사님의 말들을 해석해볼까요?

12. ‘시행착오=이득’의 마인드를 가질 것.

-> 시행착오는 처음의 이유가 다양한 상태이고, 그것을 좁히는 과정에서 힘이 길러질 것.

13. 논리적 비약 없이 정확하게 답을 맞추었다면 해설을 확인하고 비교할 것.

-> 해설에서 설명한 처음의 이유가 자신과 같지 않다면 다시 토론하고 그 이유를 명확히 할 것.

14. 틀렸다면 다시 시도할 것. 다섯 번 이상 시도하지 않고선 해설을 보지 말 것.

-> 이유를 아예 모르고 발견하지 못했다면 합리적인 이유를 발견하는 힘이 길러지지 않는다.

15. 답을 보기 전, 세 번 이상의 시도 후엔 해결의 실마리에 대한 도움을 구할 것.

이때 절대 풀이를 해달라고 하지 말 것.

-> 직접적인 풀이를 받는 것은 발견하는 힘을 늘리지 않음.

도움을 구한다면 반드시 어떤 점이 의심스러워야 하는지, 어떤 점부터 생각해야하는지를 질문의 형태로 받을 것.

16. 내가 모르는 것이 무엇인지 정확하게 파악하고, 가장 처음 해야 할 것은 고향(교과서)으로 돌아갈 것.

-> 처음의 이유의 기준은 시험범위인 교과서이므로, 그 도구들을 명확하게 정리할 것.

이제, 여러분이 공부할 때, 시험을 볼 때에서

적어도 수학에서는 확실하고 명백한 이유를 발견하면서 공부해야합니다.

자신이 납득이 되도록, 설득이 되도록 공부해야합니다.

즉, 앞으로도 정답 혹은 해설을 볼 때,

그저 단순하게 풀리지 않으므로 해설을 본다는 느낌이 아닌,

처음의 이유를 명확하게 발견할 수 있는 힘을 기를 수 있도록,

자신의 풀이의 이유가 확실한 경우에만 해설을 보는 것을 추천드립니다.

또한, 정말 어쩔 수 없이 부득이하게 해설지를 보는 경우에는

제가 위에서 강조한 <처음의 이유>를 해설지와 토론하는 방식으로, 질문하는 방식으로 공부하셔야합니다.

아마도 여러분은 제 썰을 아실 것 같습니다.

그러면 제가 한번 질문해보겠습니다.

어떻게

수학 교과서와 기출문제와 답지 제본만 있었던 사람이

더 구한 책이라고는 수학영역의 비밀이나, 무료실모 외에는 없었던 사람이

항상 돈이 없어서, 삼수때조차 1년 식비+책값+원서비 총합 100만원을 써야했던 사람이

수학실력을 거의 20점 올려 몇달만에 96점, 100점을 맞을 수 있었을까?

(근데 솔직히 영어도 20점 올렸는데 어떻게 그랬을까 생각도 들어요. 그때 뭐했을까..)

그때 없어서 제가 해설을 만들었다니까요.

진짜 아무것도 없었고. 돈 어떻게든 벌려고 [천하제일 기출해설대회 2014년] 그거 해설했었습니다.

그때 산소수 받았으면 책 못샀음. 5만원 받아서 어떻게든 샀었습니다.

그때의 제가 만든 해설은, 굳이 다른 해설을 보지 않아도 확신이 있었습니다.

그러한 확신감을 쌓았기에 시험에서 어느정도 성과를 보일 수 있었습니다.

과연, 그때 제가 돈이 넉넉했다면?

교과서와 기출 외에 다른 것이 있었고, 항상 이용할 수 있었던 해설이 옆에 친절히 있었다면?

과연 제가 그렇게 성장할 수 있었을까요?

이제 좀 생각을 해보자구요.

공부라는 것이 무언가가 있어야 가능한 것인지.

아니라면, 질문하고 생각하는 행위의 총량으로 결정되는 것인지.

지금부터 한번 생각을 해보자구요.

해설의 설득력(2022 예비시행 미적분 30번)

오늘은 이 문제를 한번 분질러볼 계획입니다.

30. 두 양수 a, $b\,(b<1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+ax & (x\le 0) \\ \dfrac{\ln(x+b)}{x} & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$이라 할 때, 함수 $g(m)$은 다음 조건을 만족시킨다.

$\displaystyle\lim_{m\to\alpha-} g(m)-\lim_{m\to\alpha+} g(m)=1$을 만족시키는 양수 α가 오직 하나 존재하고, 이 α에 대하여 점 $(b,\, f(b))$는 직선 $y=\alpha x$와 곡선 $y=f(x)$의 교점이다.

$ab^2=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이고, $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)=0$이다.) [4점]

이 문제를 들어가기 전에, 5월 예비평가 안풀어보신 분들께 말씀드립니다.

풀어요 제발.

이게 당연한거지만 말씀드립니다. 평가원에서 출제하는 문항을 공부하는 것을 기출공부라고 합니다.

기출의 중요성은 굳이 더 말 안해도 정말 중요합니다.

평가의 기준을 제시하고, 공부의 방향을 제시하는 것이 기출입니다.

여러분이 으레 말하는 트렌드라 하는 것은, 결국 최근 기출의 경향을 의미합니다.

그 기출의 경향만을 따라가는 것이 좋은 공부법은 아니나, 완전히 무시할 수는 없습니다.

그리고 그 경향의 예시가 현재 평가원 사이트에 올라와있는 것입니다.

풀어요. 그리고 모자란 부분을 다시한번 채우시길 바랍니다.

그리고 아직 못푸신 분들은, 풀어보시고 다시한번 보시길 바랍니다.

먼저 이 문항의 접근방법은 두가지가 있습니다.

양수 m에 대하여 직선 y=mx와 곡선 y=f(x)가 만나는 서로 다른 점의 개수를 g(m)이라 했으므로,

$$\frac{f(x)}{x}=m$$

위와 같이 변형하여 g(m)을 구할 수 있습니다.

이 때, x가 0이 아님을 가정했기 때문에, x가 0일 때, (0,0)을 지나는 것을 반드시 기억하여 세어주어야 합니다.

혹은, mx=f(x) 그대로 두어, m을 움직여가며 구할 수도 있습니다.

풀이 1)

y=-x+α의 그래프는 그릴 수 있으나,

우리가 그리기 힘들고 너무나도 어려운 그래프는 다음의 그래프입니다..

$$y=\frac{\ln(x+b)}{x^2}$$

이제 이 그래프를 어떻게 그릴까요?

그래프를 그리는 방법은, 원함수의 정보를 이끌어 낸 후, 도함수를 구하여 극값을 찾는 식입니다.
일단 정의역은 x>0 범위이며, 0에 한없이 가까워질 수록 분자는 음수의 값, 분모는 0에 한없이 가까워집니다.
즉, x->0- 극한은 음의 무한대로 갈 것이며, x가 한없이 커질 경우, ln(x+b)는 양수이고, f(x)는 0에 가까워지므로 위 식 또한 0으로 가까워질 것임을 이해할 수 있습니다.

이제, 미분해봅시다.

(여러분은 다 외우셨겠지만, 혹시라도 헷갈리신다면, 몫의 미분법은 곱의 미분법을 활용하면 쉽게 증명가능합니다.

$$y' = \frac{\frac{x^2}{(x+b)} - 2x\ln(x+b)}{x^4}$$

$$= \frac{\frac{x}{(x+b)} - 2\ln(x+b)}{x^3}$$

이제, 위 식이 0을 지나면서 부호가 바뀌는 지점을 찾아야 극값을 확인할 수 있는데..

저걸 확인하기 너무나도 힘듭니다.. 일단 방정식으로 안풀립니다.

아마 여러분이 수없이 교과서를 공부하시고 기출분석을 하셨다면 아실 것입니다.

교육과정 상에서 방정식을 풀어 근을 정확하게 구하는 행위는 결국 일차방정식의 곱으로 바꾸어 푸는 것이 대부분입니다.

그렇기 때문에 인수분해, 혹은 근의 공식을 이용해 n차방정식을 일차방정식으로 해석하였으며,

로그방정식이나 지수방정식에서도 결국 최종적으로는 일차방정식의 곱으로 바꾸었습니다.

삼각방정식에 대해서는 약간 다르지만, 이 또한 특수각을 암기한 상태에서 적용한 경우였습니다.

위 식의 분자를 일반적인 방정식을 구하는 방식으로 풀기 굉장히 힘듭니다.

이럴 때, 그래프를 그려서 분자가 0을 지나 부호가 바뀔 수 있는지 생각할 수 있습니다.

(그러나, 여기서 중요한 점은, 극값을 정확하게 구할 수 없다면, 과연 x축에 평행한 직선으로 만들어 이동을 해야하나 싶습니다.

극점에서 접하는 것을 명확하게 알 수 있다는 점이 이 풀이의 장점인데, 풀면서 값을 정확하게 모른다면 장점이 크지는 않을 것 같습니다..)

다음 그래프부터 그려봅시다.

$$\frac{x}{(x+b)}$$

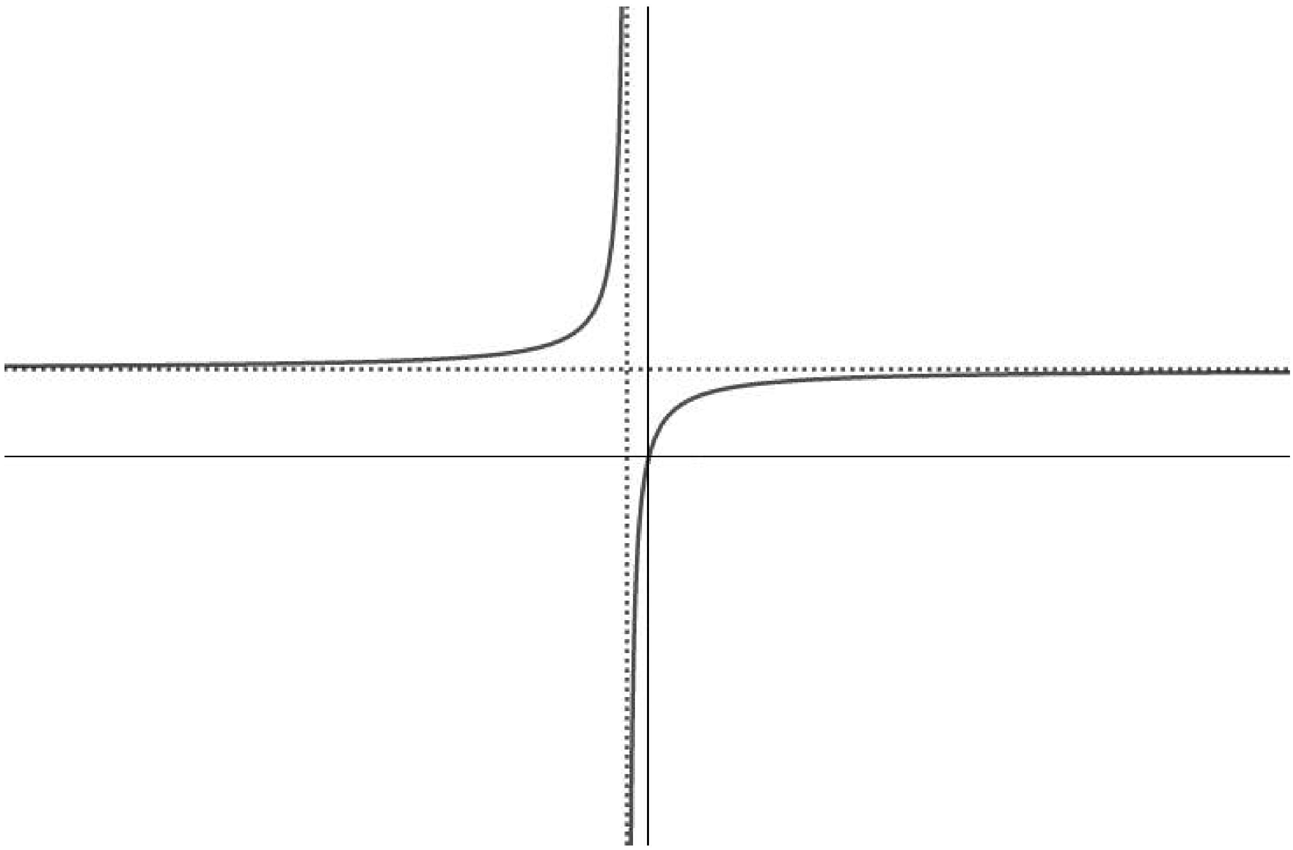
아시다시피, 유리함수에서 점근선을 찾으면 그래프를 그릴 때 굉장히 유리합니다.

점근선 기준으로 그래프를 그려주시면 정말 매우 수월하게 그래프를 그리실 수 있습니다.

이는 쌍곡선과 같은 이차곡선을 그릴 때도 유용하므로 이해해두시면 좋습니다.

점근선은 x=-b, y=1 두개이며, 함숫값은 x가 한없이 커질때 1보다 작습니다.

그러므로 그래프는 다음과 같이 그려집니다.

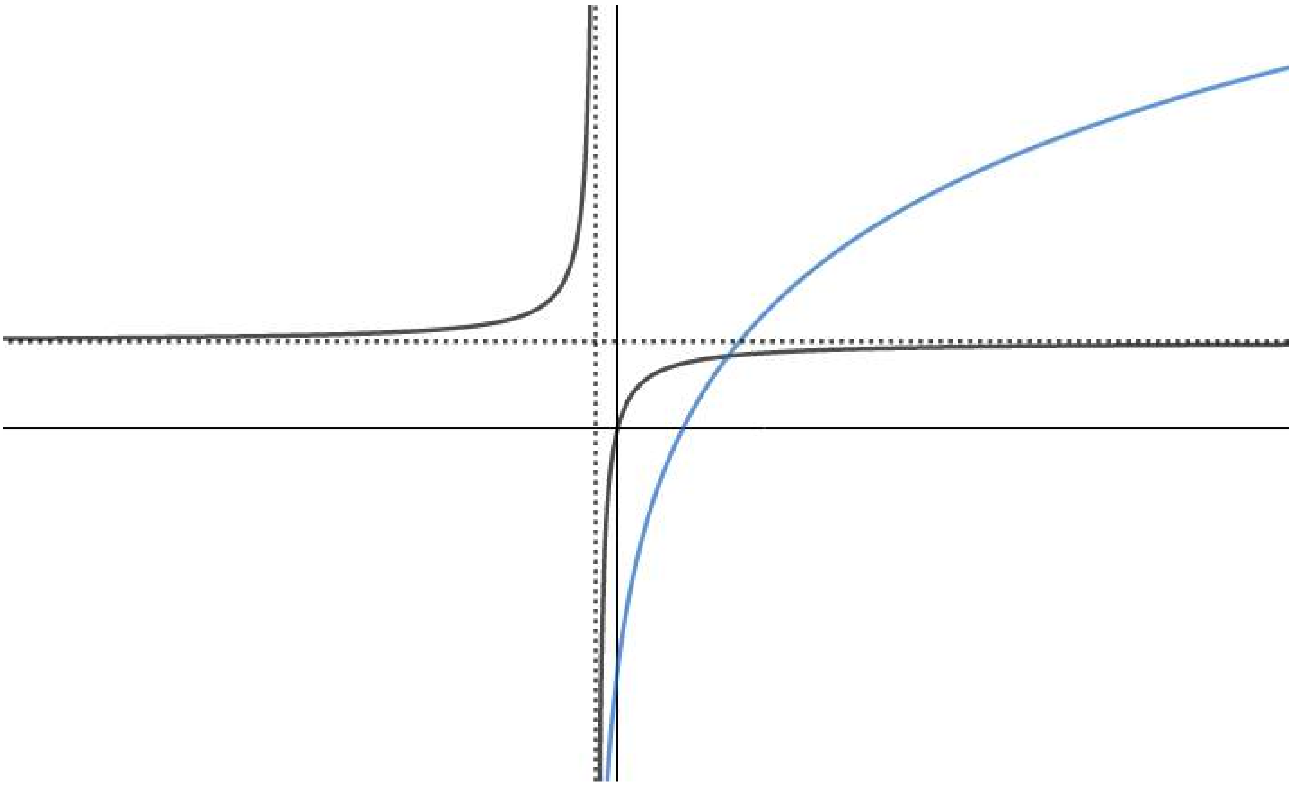


이제, 그 뒤를 그려봅시다.

$$2\ln(x+b)$$

점근선은 똑같이 x=-b이며, x가 한없이 커질 때 무한히 발산합니다.

2lnx 그래프 그릴때마냥 그려주시면 다음과 같습니다.



이 때, 음수인 부분쪽에서 만나는지 아닌지는 정확하게 알기 힘드나,

$$y=\frac{\ln(x+b)}{x^2}$$

의 범위가 x>0인 부분이라서 다행이었네요.

x>0인 부분에서 교점은 하나를 가지는 것이 확실합니다.

$$\frac{x}{(x+b)} - 2\ln(x+b)$$

를 해석해보면, 교점 이전에서는 유리함수의 함숫값이 로그함수의 함숫값보다 크므로

위 식의 값은 0보다 큽니다.

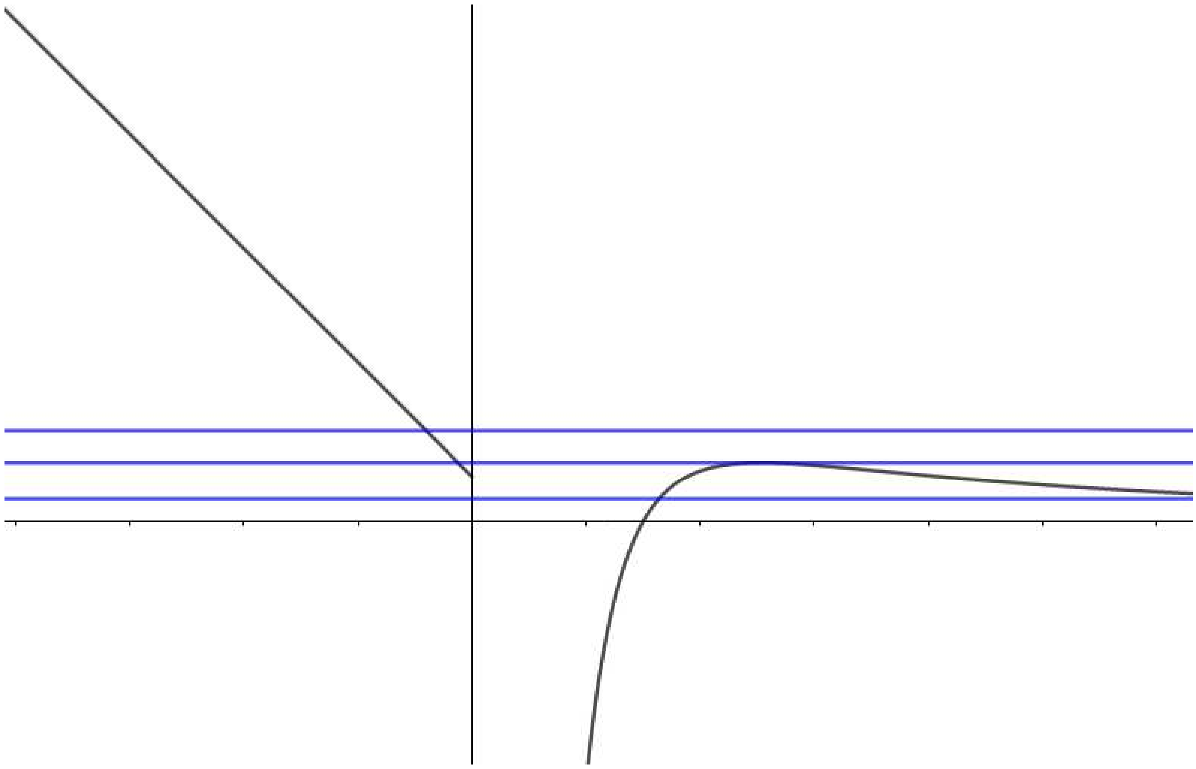
교점 이후에서는 로그함수의 함숫값이 유리함수의 함숫값보다 크므로 0보다 작아지므로,

도함수가 +에서 -로 바뀌는 지점이 1개이며 극댓값 하나를 가지게 됩니다.

이제 그래프를 그려봅시다.

$$\frac{f(x)}{x} = m$$

의 그래프를 그려보면 다음과 같습니다.



이 때, 원래의 방정식 f(x)=mx는 x=0을 해로 가지게 됨을 다시 기억하길 바랍니다.

또한 m의 값이 어떤 값을 가지더라도 항상 x=0일 때 방정식을 만족합니다.

즉, 근의 개수는 위 그래프에 보여지는 것 보다 1개 더 늘어납니다.

x로 나눌 때 x가 0이 아님을 가정하고 그래프를 그렸기 때문에 발생하는 현상으로, 고려해주어야 합니다.

$$y=\frac{\ln(x+b)}{x^2}$$

부분에서는 m이 0을 지날 때, g(m)은 1개에서 2개로 늘어나며,

m이 함수의 극댓값을 지날 때 2개에서 1개, 극댓값보다 클 때 0개로 값이 줄어듭니다.

y=-x+α에서는 m이 α를 지날 때 g(m)은 0개에서 1개로 늘어나게 됩니다.

주어진 식의 조건은 다음과 같습니다.

$$\lim_{m \to \alpha -} g(m) - \lim_{m \to \alpha +} g(m) = 1$$

$$y = \frac{\ln(x+b)}{x^2}$$

의 극댓값이 α이고 알파가 α일 때, 총 교점의 개수 g(m)은 3개에서 2개가 되므로

유일하게 위 극한 식을 만족하는 때가 됩니다. 여기서 교점의 개수가 1개씩 늘은 것은 착각이 아닌 (0,0)을 고려한 것입니다.

오직 하나 존재하고, 이 α에 대하여 점 $(b, f(b))$는 직선 $y = \alpha x$와 곡선 $y = f(x)$의 교점이다.

에서 알 수 있는 것은 다음과 같습니다.

$$ab = f(b) \Leftrightarrow a = \frac{f(b)}{b}$$

교점은 극댓값일 때이므로, 극댓값의 x좌표가 b였던 것입니다.

이로써, 도함수의 식과 함수의 식 두개를 활용하여 방정식 두개를 만들 수 있습니다.

$$\frac{\frac{b}{(b+b)} - 2\ln(b+b)}{b^3} = 0$$

$$\frac{\ln(b+b)}{b^2} = a$$

위 식을 정리하면 다음과 같습니다.

$$\frac{1}{2} = 2\ln 2b,\ \ln 2b = ab^2$$

$$ab^2 = \ln 2b = \frac{1}{4}$$

여기까지가 예전부터 제가 주장해왔던 x축과 평행한 직선을 이동시켜서 교점을 보는 방식이었습니다.

그러나 이 문제에서는 이렇게 풀기가 어려웠던 이유가 몇가지 있습니다.

1)

$$y = \frac{\ln(x+b)}{x^2}$$

그래프를 정확하게 그릴 수 있는 방법이 마땅하지 않습니다.

우리가 처음 보는 익숙하지 않은 함수입니다. 이 때 만약 다음 그래프를 한번 그려봤다면 더 좋았을 것입니다.

$$y = \frac{\ln x}{x^2}$$

의 그래프는 x=1/2에서 극댓값을 가지므로, 위 함수도 비슷한 개형을 가지지 않을까 추측정도는 할 수 있을 것입니다.

2)

$$\lim_{m \to \alpha-} g(m) - \lim_{m \to \alpha+} g(m) = 1$$

의 의미가 무엇인지 모르고 문제를 접근하는 시간이 많습니다.

그래프의 개형이 대략적으로 나오지 않는다면 위 극한식의 의미를 이해할 수 없을 가능성이 많으며,

이것은 1)과도 연관되어 문제의 해석을 어렵게 합니다.

만약 그래프의 개형을 어느정도 빠르게 그릴 수 있다면 이러한 풀이는 굉장히 유용한 풀이가 됩니다.

3) (0,0)을 항상 지나는 문제의 상황때문에 x로 나눌 때 교점이 항상 한 개 더 추가가 된다는 사실을 기억해야합니다.

이전의 문제에서는 (0,0)이 문제의 상황과 상관없는 경우가 많았습니다. 지금은 이러한 상황을 항상 고려해야 하겠네요.

4) 극값을 정확하게 구할 수 없다면, x축에 평행한 직선으로 만들어 이동을 한다고 해도 어디에 접하는지 모릅니다.

극점에서 접하는 것을 명확하게 알 수 있다는 점이 이 풀이의 장점인데, 풀면서 값을 정확하게 모른다면 장점이 크지는 않을 것 같습니다..

이러한 어려움이 있는 상태입니다. 만약 이렇게 풀 수 있으려면, 어느정도 그래프에 대한 연습이 꽤 많이 되어야겠군요.

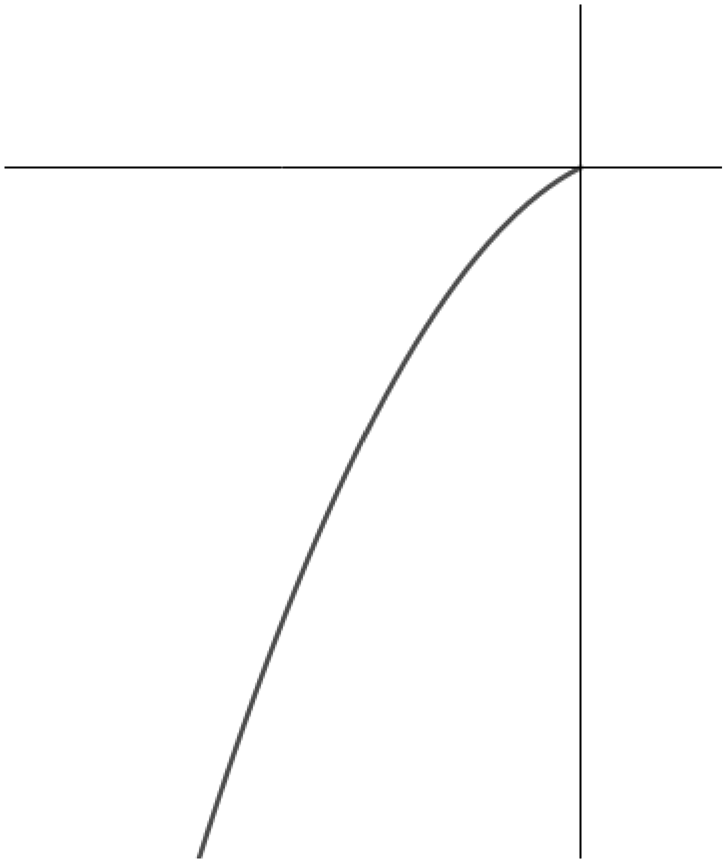
그렇다면, 다음의 풀이도 봅시다.

풀이 2)

$$y = -x^2 + ax \ (x \le 0)$$

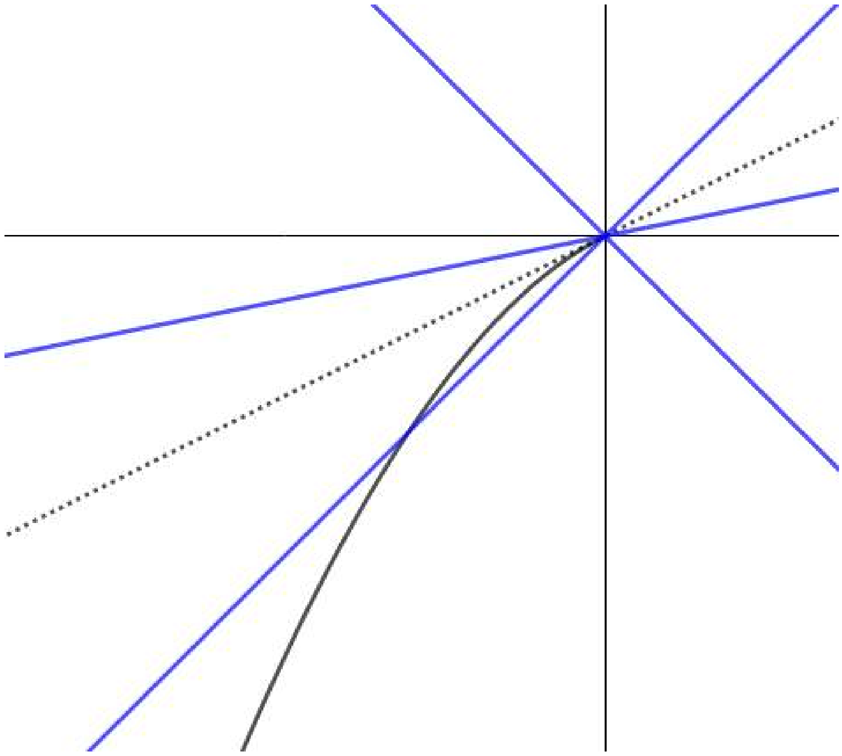
의 그래프는 너무나도 쉽게 그릴 수 있습니다.

α가 양수이며, 정의된 x값은 0 이하의 실수입니다. 즉 다음과 같이 그려집니다.



이 때, (0,0)을 항상 지나며, 이 점의 접선을 기준으로, 그 기울기보다 커지면 2개의 교점, 작을 때는 항상 1개의 교점을 갖습니다.

그림으로 표현하면 다음과 같습니다. 다음 그림에서 접선은 점선으로 표시되어 있습니다.



즉 ,

$$\lim_{m \to \alpha-} g(m) - \lim_{m \to \alpha+} g(m) = 1$$

식에서, 적어도 x가 0 이하인 부분에서는
접선의 기울기가 알파인 경우에는 1

그 외의 기울기에서는 0의 값을 가짐을 알 수 있습니다.

(실제로, 이렇게 식의 의미를 문제풀이 중간에 파악할 수 있다는 점은 굉장히 큰 이점입니다.
여러분이 문제를 풀 때, 여러분이 무엇을 하고있는지 모르면서 풀이를 진행하는 경우가 간혹 있기때문에,
이렇게 식의 의미를 정확하게 해석하고 알면서 진행하는 방향으로 접근하시는 것이 좋습니다.
물론, 이것을 가능하게 하는 것은 0 이하 범위에서 이차함수의 근이 0 하나여서 그래프 개형이 거의 변하지 않는 점이 큽니다.
만약 실제로 문제를 푸는 저라면 이러한 확실한 부분에서부터 분석을 시작하겠습니다.)

그렇다면 x>0 범위의 그래프도 그려볼까요?

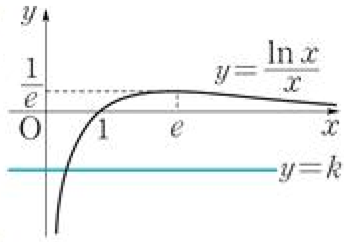
$$y = \frac{\ln(x+b)}{x} \quad (x > 0)$$

이 또한 그래프를 그리기 너무나도 어렵습니다.

그러나, 우리는 교과서에서 다음과 같은 그래프를 그렸습니다.

실근의 개수를 어떻게 구할 수 있는가?	$\ln x = kx$에서 $x>0$이고 $\dfrac{\ln x}{x}=k$이므로 곡선 $y=\dfrac{\ln x}{x}$와 직선 $y=k$의 교점의 개수를 조사한다.
함수 $y=\dfrac{\ln x}{x}$의 그래프의 개형을 그린다.	$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$라고 하면 $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$이므로 $f'(x)=0$에서 $x=e$ $f'(x)$의 부호를 조사하여 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	(0)	$\cdots$	e	$\cdots$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$		$\nearrow$	$\dfrac{1}{e}$ (극대)	$\searrow$



또 $\lim_{x\to 0+}\dfrac{\ln x}{x}=-\infty$, $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$이므로 함수 $y=\dfrac{\ln x}{x}$의 그래프의 개형은 위의 그림과 같다.

(출처 : 2015학년도 개정 비상 미적분 교과서)

우리는

$$y=\frac{\ln(x+b)}{x}\ (x>0)$$

를 그려본 적은 없지만,

$$y = \frac{\ln x}{x}$$ 을 한번쯤 그려본 적은 있습니다.

완벽하게 같다는 보장은 할 수 없지만, 그래프의 개형은 극댓값이 하나 있고, x값이 한없이 커지면 0, 한없이 0에 가까워지면 음의 무한대로 발산한다고 추측할 수는 있습니다.

물론 정확한 검증을 위해서 그려보도록 합시다.

$$y' = \frac{\frac{x}{x+b} - \ln(x+b)}{x^2}$$

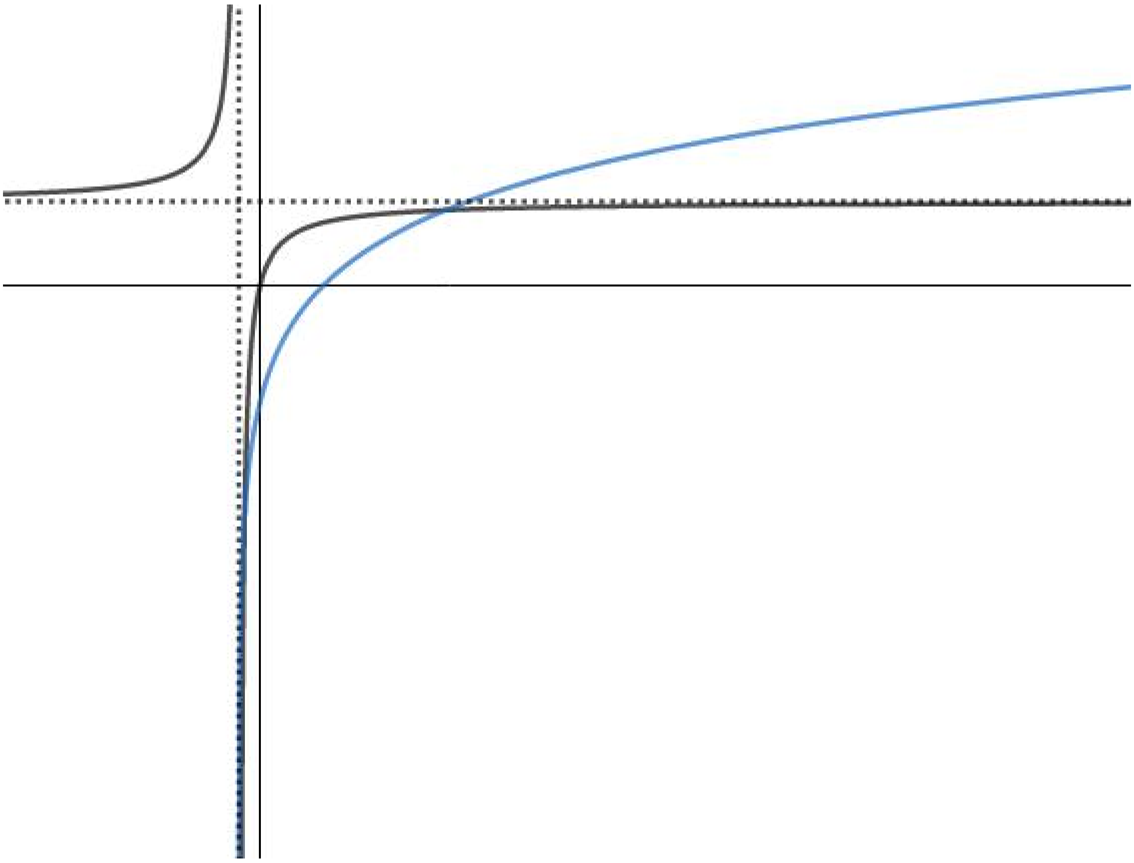
이므로,

$$\frac{x}{(x+b)}$$

와

$$\ln(x+b)$$

를 그려보도록 합시다.



이 때, 음수인 부분쪽에서 만나는지 아닌지는 정확하게 알기 힘드나,

$$y = \frac{\ln(x+b)}{x}$$

의 범위가 x>0인 부분이라서 다행입니다.

x>0인 부분에서 교점은 하나를 가지는 것이 확실합니다.

$$\frac{x}{x+b} - \ln(x+b)$$

를 해석해보면, 교점 이전에서는 유리함수의 함숫값이 로그함수의 함숫값보다 크므로

위 식의 값은 0보다 큽니다.

교점 이후에서는 로그함수의 함숫값이 유리함수의 함숫값보다 크므로 0보다 작아지므로,

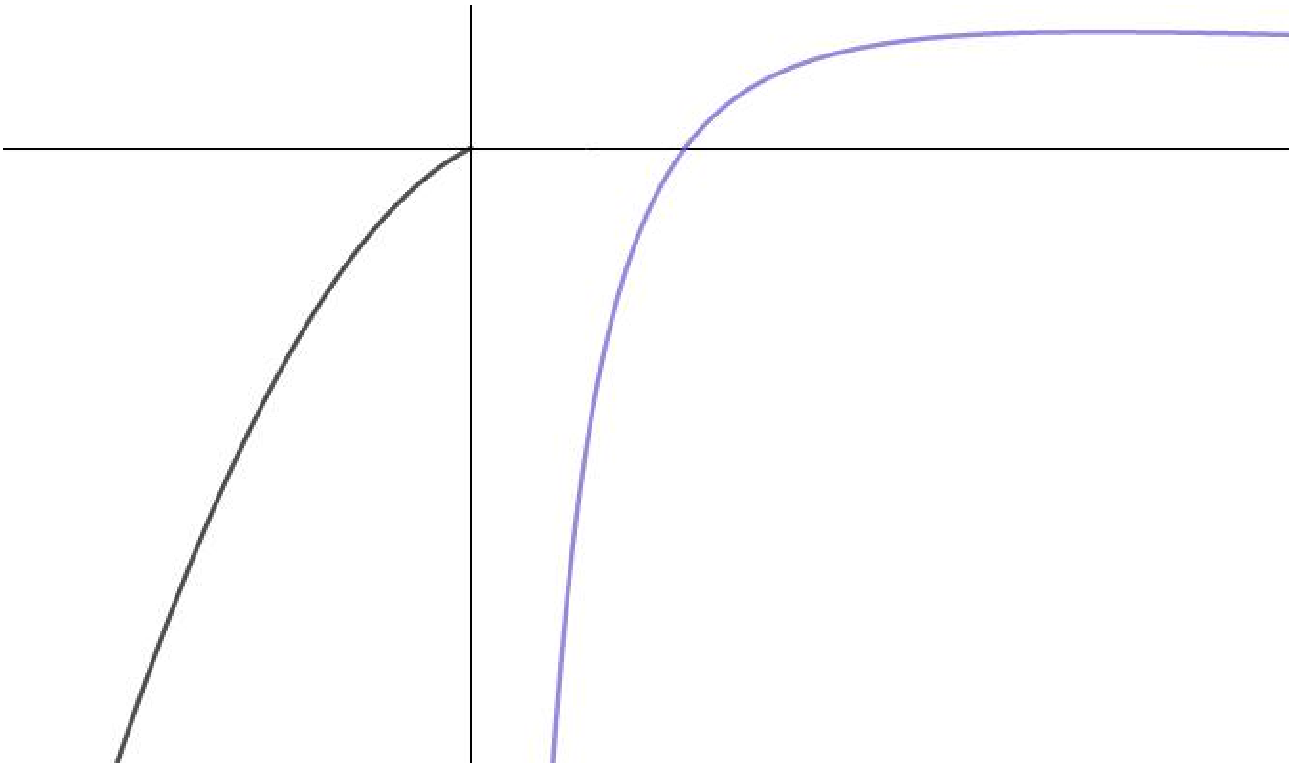
도함수가 +에서 -로 바뀌는 지점이 1개이며 극댓값 하나를 가지게 됩니다.

의도치않게 방금 추측했던대로

$$y = \frac{\ln x}{x}$$

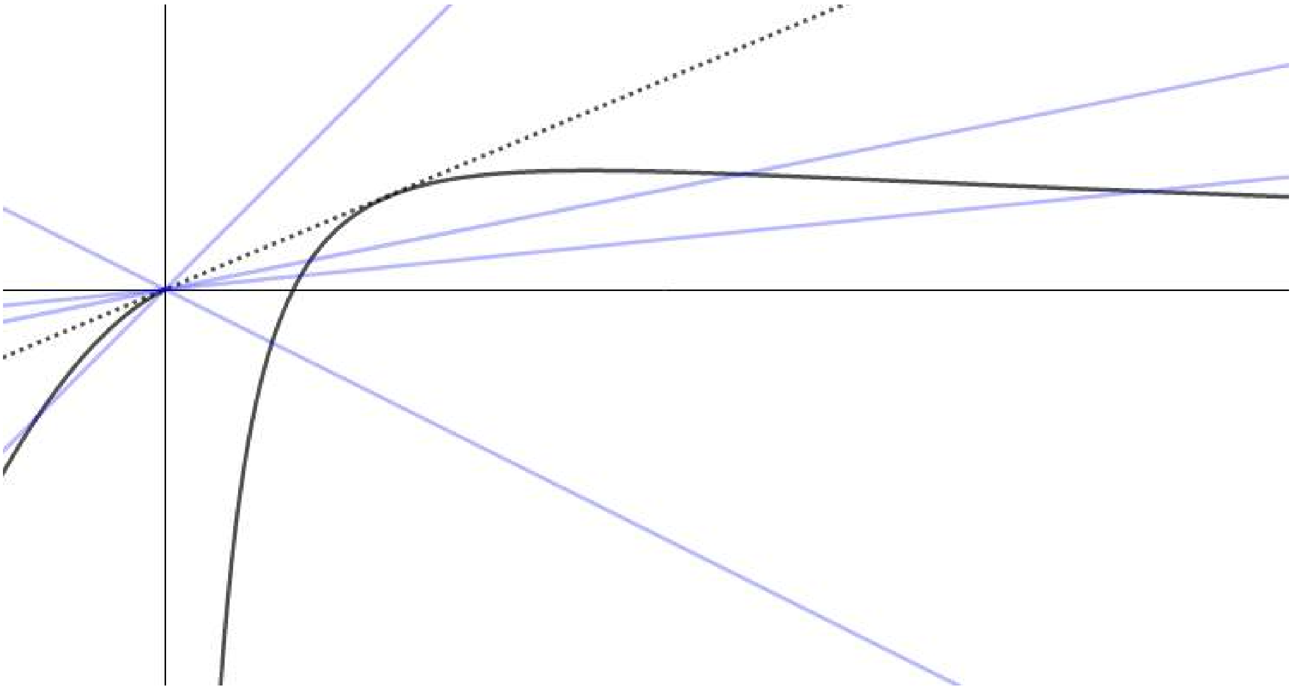
의 그래프의 개형과 거의 비슷한 것 같습니다!

따라서 그래프는 다음과 같습니다.



이 때, g(m)이 x>0 일 때는 어떤 양상으로 달라지는지 확인해보아야 합니다.

이 때는 y=mx에서 m을 충분히 많이 변화시켜보는 것으로 추측할 수 있습니다.



접선일 때는 점선으로 표시하였습니다.

기울기가 음수일 때는 교점은 1개

기울기가 접선의 기울기 이하일 때의 양수일 때는 교점이 2개

기울기가 접선의 기울기 이상일 때는 교점이 0개입니다.

(머릿속으로 m의 값이 연속적으로 변할 때의 상황을 떠올리셔야합니다.)

즉, x>0일 때,

$$\lim_{m \to \alpha -} g(m) - \lim_{m \to \alpha +} g(m) = 1$$

식에서 알파가 0일 때는 1값을 가지며

알파가 접선의 기울기와 같을 때는 2,

그 외의 값에서는 0을 가짐을 알 수 있습니다.

이제, x가 모든 실수일 때의 상황을 생각해봅시다.

만약 알파의 값이

$$y = -x^2 + ax\ (x \le 0)$$

의 x=0에서의 접선의 기울기인 α와 같다면

-1의 값을 가지며, 이 값이 x>0일 때의 그래프의 접선의 기울기와 같다면 2를 더하여 1의 값이 나올 수 있습니다.

다른 경우는 0, -1의 값을 가질 수 있습니다.

만약 알파의 값이

$$y = -x^2 + ax\ (x \le 0)$$ 의

x=0에서의 접선의 기울기가 아니라면

-1, 2, 0의 값을 가질 수 있습니다.

이제 문제의 상황은 원점에서

$$y = \frac{\ln(x+b)}{x}$$

에 그은 접선을 구하는 것으로 바뀌었습니다.

그 접선은 (b, f(b))를 지나므로

$$f'(b) = a,\ f(b) = ab$$ 입니다.

즉 다음과 같이 마무리를 할 수 있겠습니다.

$$f'(b)=\frac{\frac{b}{b+b}-\ln(b+b)}{b^2}=a \Rightarrow ab^2=\frac{1}{2}-\ln 2b$$

$$f(b)=\frac{\ln 2b}{b}=ab \Rightarrow \ln 2b=ab^2$$

$$\ln 2b=\frac{1}{2}-\ln 2b,\ \therefore \ln 2b=ab^2=\frac{1}{4}$$

자신의 풀이와 비교하면서 읽어보도록 합시다.

이 문제에서는 몇가지 생각해볼 점이 있습니다.

1. 먼저 직관적으로 바로 두 곡선에 동시에 접하는 직선을 가정한 학생이라면 반성하셔야합니다.

물론 그렇게 하셔서 문제를 수월하게 풀 수 있었을 것입니다.

하지만, 그 전에 이 문항의 경우, $y=\frac{\ln(x+b)}{x}$ 의 그래프의 개형을 확실하게 해야하였고,

그 이후에 0 이하일 때와 0 이상일 때의 f(x)의 상황을 정확하게 분석했어야 했습니다.

실제로는 그렇지 않았지만, 만약 $y=\frac{\ln(x+b)}{x}$ 의 극값이 여러개 나왔다면 어땠을까요?

그 가능성이 없다고 단언할 수 있었을까요? 저는 잘 모르겠습니다.

그래프의 개형에 대해 진지한 고민을 해보지 않고는 실전에서 어이없게 낚일 수도 있는 것입니다.

2. $$y = \frac{\ln x}{x}$$

의 그래프와 비슷할 것으로 추측한 학생이라면, 충분히 설득력있는 풀이를 진행했을 것입니다.

물론 그조차도 그래프를 추측 수준으로 떠올린 것이긴 합니다.

확실하게 하려면, 극값이 하나 생김을 증명하고 진행해야 합니다.

그러나 아예 그래프의 개형에 대한 고민을 하지 않는 것보다는 나을 것입니다.

3. 이 문제에서는 풀이 2)가 풀이 1)보다 더 떠올리기 쉬웠을 것입니다.

그 이유로는 해설에도 적어놓았지만, 몇가지를 적어보면 x가 0이 아니라고 가정하고 나눌 필요가 없다는 점,

문제에 제시된 극한식의 의미를 풀이 중간에 이해할 수 있다는 점,

$$y = \frac{\ln x}{x}$$

를 경험해본 적이 있는 점.

등이 있습니다.

즉, 기울기를 변화시켜가면서 교점의 개수를 관찰하는 방법은 충분히 익혀두어야할 것입니다.

좀 더 보기 편하고 확실한 방법은 물론 x축에 평행한 직선의 평행이동으로 관찰하는 것이지만,

이 방법 또한 극값에 접하며, 움직이기 편한 장점으로 사용하는 것인데, 어차피 극값을 정확하게 구하기도 힘듭니다.

즉, 도구의 장점이 그렇게 크지 않을 것입니다.

각 도구들의 장점과 주의사항은 이번에 나온 책의 행동영역특강에 서술된 내용입니다.

도구들의 장점과 주의사항을 이해하고 문제풀이에 적용하시길 바랍니다.

4. 문제풀이에는 모범적인 순서가 분명 있습니다.

풀이 2)에서는 먼저 이차함수의 개형이 확실함을 알고 시작해야했습니다.

그 후, 극한식의 상황을 대입하여 접선을 기준으로 교점의 변화를 관찰할 수 있었다면 매우 수월했을 것입니다.

이 경우, 확실한 0 이하의 x 값에 대한 f(x)의 그래프와 극한식의 의미를 이해하면서 풀 수 있었을 것입니다.
풀이 1)의 경우에는 함수의 개형을 먼저 그려내는 것이 무엇보다 중요했습니다.

당연히 극값의 위치가 어디일지를 알아야 해결 가능한 풀이였으므로 그래프를 어느정도 그려야했습니다.

물론, 그래프를 그릴때까지 답답한 면이 있겠으나, 이 또한 좋은 풀이가 될 것입니다.

여담으로 저는 풀이 2)의 방식으로 처음 떠올렸으며, 지금도 평가원의 의도는 아마 풀이 2)의 방식이라 생각합니다.

이제 이 해설을 쓴 이유를 여러분께 말씀드리겠습니다.

저는 교과서와 기출 제본으로 공부했다고 말씀드렸습니다.

해설이 없어서 해설을 썼다고 말씀드렸습니다.

이제, 여러분이 문제를 분석하고 복습하실 때,

그리고 여러가지 풀이를 두고 고민하실 때 당연하게 하셔야할 것이 있습니다.

문제풀이의 첫 접근과 풀이의 과정이 논리적인지, 설득력이 있는지에 대한 질문을 스스로 충분히 하셔야합니다.

여러분이 엄밀함이라는 단어를 들으면 쉽게 감이 오지 않을 것입니다.

엄밀함의 근거는 어디에서 나올까요? 그 근거는 역시 교과서입니다.

그것을 바탕으로 풀었을 때 풀이의 과정이 당연해야하며, 여러가지 떠오르는 의문들을 충분히 해소할 수 있어야 합니다.

풀이가 당연하지 않고, 무언가 이해할 수 없다면, 다른 풀이가 설득력이 있는 이유를 고민해보세요.

위에서 상기하였듯, 저는 여러가지 이유를 들어 풀이 2)가 설득력 있는 이유를 적어놓았습니다.

이러한 과정이 쌓이면, 시험장에서 가장 설득력있는 풀이가 가능할 것입니다.

그 때, 시험 중에서의 여러분의 확신이라던가... 검토의 유용함이라던가... 이런 장점들은 굳이 말하지 않아도 느낄 겁니다.

사실 엄밀함이라는 단어는 별거 없습니다. 정말 쉽고 단순하게 답하면 본인이 공감할 수 있는 풀이가 엄밀한 것이지요.

본인이 공감할 수 있는 풀이가 되려면, 풀이과정에서 드는 의문들을 항상 고민하고 해결했어야합니다.

이 장문의 해설을 시험장에서 써내려가는 것은 어려울 수 있으나, 적어도 공부할 때는 하셔야합니다.

다시는 중학도형을 무시하지 마십셔(2021학년도 6월 평가원 20번)

이 문항은 다른 개념보다 원주각의 이해가 굉장히 필수적인 문항이었습니다.

문제 풀이의 핵심 개념 두개가 원주각과 관련된 것이기때문에..

이 부분에서 정확하게 알지 못했다면 풀이에 비약이 생길 가능성이 높았습니다.

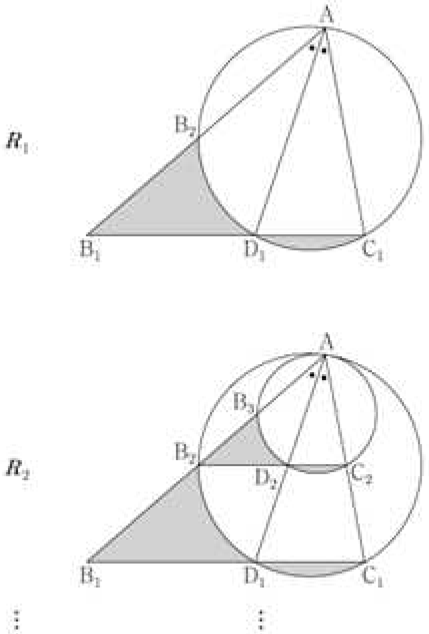
풀면서 원주각의 개념 2개가 떠오르지 않았다면 다시한번 중학교 3학년 과정을 복습하시길 바랍니다.

또한, 각의 이등분선 성질의 경우, 중학교 2-2 교과서에 대단원 정리 문제에 수록되어있습니다.

이 또한, 닮음과 평행선의 성질로 쉽게 증명을 할 수 있으므로, 헷갈리신다면 증명을 다시한번 해보시면 좋을 것입니다.

중학도형 무시하지 마시길 바랍니당!

20. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=3$, $\overline{AC_1}=2$이고 $\angle B_1AC_1=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 AB_1C_1이 있다. $\angle B_1AC_1$의 이등분선이 선분 B_1C_1과 만나는 점을 D_1, 세 점 A, D_1, C_1을 지나는 원이 선분 AB_1과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B_2라 할 때, 두 선분 B_1B_2, B_1D_1과 호 B_2D_1로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1과 호 C_1D_1로 둘러싸인 부분인 ◿ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 점 B_2를 지나고 직선 B_1C_1에 평행한 직선이 두 선분 AD_1, AC_1과 만나는 점을 각각 D_2, C_2라 하자. 세 점 A, D_2, C_2를 지나는 원이 선분 AB_2와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B_3이라 할 때, 두 선분 B_2B_3, B_2D_2와 호 B_3D_2로 둘러싸인 부분과 선분 C_2D_2와 호 C_2D_2로 둘러싸인 부분인 ◿ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{27\sqrt{3}}{46}$ ② $\frac{15\sqrt{3}}{23}$ ③ $\frac{33\sqrt{3}}{46}$
④ $\frac{18\sqrt{3}}{23}$ ⑤ $\frac{39\sqrt{3}}{46}$

이 문제를 풀기 위해서 어떤 것을 이용해야할까?

먼저 무한등비급수 공식인 $\frac{a}{1-r}$을 이용할 수 있다.

닮은 도형의 넓이의 합을 구하는 문제이므로 무한급수의 식을 쓰는 것은 당연하다.

이제 우리는 첫 번째 도형의 넓이와 닮음비를 구해주면 될 것 같다.

이 문제는 [원주각의 성질을 이해]해야 풀 수 있는 문제였다.

중학교 3학년 마지막 단원인 원에 있는 개념이다.

상식적으로 저 도형의 넓이를 구하기는 굉장히 힘들다.

우리는 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 방법을 거의 모른다.

적분의 개념을 배울 때도 주어진 구간을 수직으로 잘게 잘라서 직사각형의 넓이의 합을 구했었고 그나마 구할 수 있었던 것은 원 혹은 원의 일부인 부채꼴의 넓이이다.

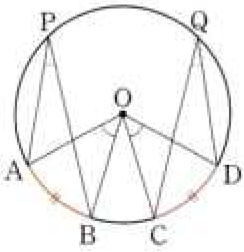
즉, 넓이를 구하려면 부채꼴의 넓이와 삼각형, 혹은 사각형의 넓이를 구하여 빼주거나 더해주어야 한다.

그나마 활꼴인 C_1D_1은 부채꼴에서 삼각형 넓이를 빼어 구할 수 있겠지만, 도형 $B_1B_2D_1$의 넓이는 쉽게 구할 수가 없다.

교과서에서는 원주각이 같으면 중심각이 같고, 중심각이 같으면 호의 길이도 같으므로

1) 한 원에서 같은 크기의 원주각에 대한 호의 길이는 같고

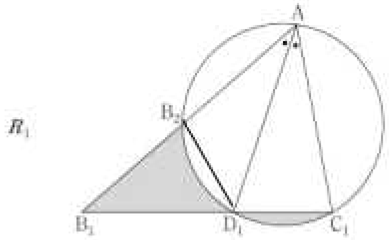
2) 한 원에서 같은 길이의 호에 대한 원주각의 크기는 같다.



라고 적혀있다.

원주각이 같으므로 호의 길이와 현의 길이도 같음을 이해할 수 있다.

즉, 활꼴인 C_1D_1를 그대로 붙여 B_2D_1자리에 옮기면 삼각형 $B_1B_2D_1$가 나오게 된다.



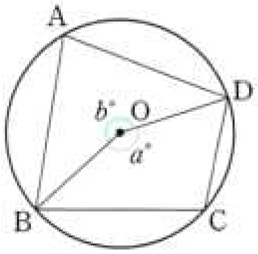
이제 문제가 구하는 것은, 삼각형의 넓이를 구하는 것이다.

각의 이등분선의 성질에서, $\overline{AB_1}:\overline{AC_1}=\overline{B_1D_1}:\overline{C_1D_1}$이므로

$3:2=\overline{B_1D_1}:\overline{C_1D_1}$에서 $\overline{B_1D_1}=3k$, $\overline{C_1D_1}=2k$로 두었을 때, 중심각은 원주각의 2배이므로 원의 중심 O에 대하여 $\angle D_1OC_1=60°$이다.

$\triangle D_1OC_1$는 정삼각형이므로 반지름은 $\overline{C_1D_1}=2k$이다.

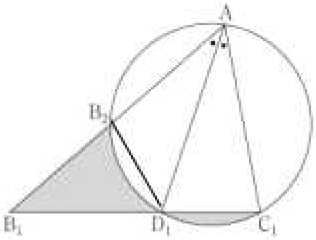
원주각 단원에서는 다음과 같은 개념도 설명한다.



[원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 $180°$이다.]

그 이유는, 그림의 $a°$와 $b°$의 합은 $360°$이므로, $a°$의 원주각인 $\angle BAD$는 $a°$의 반이고 $b°$의 원주각인 $\angle BCD$는 $b°$의 반이기 때문이다.

R_1



즉 그림에서 $\angle \mathrm{B_2AC_1} + \angle \mathrm{B_2D_1C_1} = 180°$ 이고 $\angle \mathrm{B_2D_1C_1} = 180° - 60° = 120°$ 이므로, $\angle \mathrm{B_1D_1B_2} = 60°$ 이다. 즉, 닮음이 보인다! 구하는 삼각형과 큰 삼각형은 두 개의 각의 크기가 같으므로 닮음이다. 식으로는 $\triangle \mathrm{B_1D_1B_2} \backsim \triangle \mathrm{B_1AC_1}$ 이다.

코사인 법칙으로 $\overline{\mathrm{B_1C_1}}$ 의 길이를 구해보면, $\overline{\mathrm{B_1C_1}}^2 = 3^2 + 2^2 - 12\cos 60° = 7$ 이므로

$\overline{\mathrm{B_1C_1}} = \sqrt{7} = 5k$, $k = \dfrac{\sqrt{7}}{5}$

$\triangle \mathrm{B_1D_1B_2} = \dfrac{1}{2} \times 3k \times 2k \times \sin 60° = \dfrac{3\sqrt{3}k^2}{2} = \dfrac{21\sqrt{3}}{50}$

닮음비인 $\overline{\mathrm{AB_1}} : \overline{\mathrm{AB_2}}$ 를 구해보면, $\overline{\mathrm{B_1B_2}} = 2k \times \dfrac{\sqrt{7}}{2} = \dfrac{7}{5}$ 이므로,

$\overline{\mathrm{AB_1}} : \overline{\mathrm{AB_2}} = 3 : 3 - \dfrac{7}{5} = 3 : \dfrac{8}{5}$, 넓이비는 $r = \left(\dfrac{8}{15}\right)^2 = \dfrac{64}{225}$

$$\frac{a}{1-r} = \frac{\dfrac{21\sqrt{3}}{50}}{1 - \dfrac{64}{225}} = \frac{189\sqrt{3}}{2 \times 161} = \frac{27\sqrt{3}}{46}$$ 으로 답은 1번이다.

자주하는 공부에 대한 조언

1. 공부는 굉장히 철학적이다. 보통의 경우는 불확실하고 가능성 없는 미래보다는 당장의 행복을 택한다.

그걸 이겨내고 책상에 앉아있는 것은 어찌보면 본인의 철학의 영역일 수도 있다.

2. 시간에 집중하지 말자. 몸을 혹사시키는데에 집중하지 말자. 공부는 열심히가 아니라 잘해야한다.

각 과목의 본질을 이해하고 그것에 맞춰 부족한 부분을 발견해서 고쳐나가야한다. 무작정 15시간한다고 늘지않는다.

물론 무작정 밥 굶어가면서 하는것도, 잠을 줄여가면서 하는것도 바람직하지않다. 공부의 목적은 혹사가 아니다.

3. 머리가 아픈 공부를 해야한다. 무엇이 부족한지, 어떻게 채울지, 예전에도 부족했었는지 계속 생각해야한다.

이게 당연한 것이지만, 많은 학생들이 자신이 무엇이 부족한지, 무엇을 채워야할지 모르고 공부한다.

4. XXX로 YYY일 하면 ZZZ 가능? 이런 질문을 진지하게 하는 사람치고 향상된 사람을 못봤다.

당신이 공부하는 이유는, 각 과목의 본질을 이해하는 것이고, 그 교재들과 강의들은 도구일 뿐이다.

다시한번 말하지만, 당신들의 교재와 강의들은 도구일 뿐이다. 그 도구를 잘 활용할 방법을 고민하자.

5. 많은 사람들은 자신이 부족한 부분을 잘 모르고 하지 않으려한다.

항상 부족하고 모자라다는 생각을 하고 그걸 채워야한다. 그게 자존심이 상하면 정말로 아무것도 못한다.

6. 후회가 남지 않도록 해야한다. 더이상 수능을 못볼 정도로 최선을 다해야한다. 적당한 노력으론 안된다.

개인적인 생각으로는 후회가 남아서 삶 전체에서 맴돌고 있는 것 이상의 손해는 없다.

7. 차갑게 공부하자. 멘탈이 깨질때는 담담하게 나머지 모자란 것을 채우겠다고 다짐하자.

수능 일주일 전 모의고사에서 75점 맞았을 때 멘붕이 아니라 25점 채울 수 있음에 감사하자.

8. 기본으로 수시로 돌아가는 것은 굉장히 좋은 방법이다. **기본으로 돌아가자.**

9. 의심하지말자. 일단 하기로 했으면 최선을 다하자. 성공과 실패는 그 다음이다.

운빨과 머리빨이 없지는 않다. 그러나 내가 바꿀 수 있는건 노력뿐이다.

공부계획 짤 때 생각해야할 것

0. 공부계획은 필요없다.

물론 필요하긴 하지요. 그러나, 기본적으로 공부계획은 공부를 하기 위해서 만들어진 것입니다.

내가 무엇이 필요한지, 내가 어떤 것을 해야할지 계획을 잡아야 공부를 할 것 같으니까요.

공부에 득이 되기위해 계획을 짜는 것입니다.

생각해보시면 아실텐데요. 내가 오늘 어떤 문제를 만날지, 어떤 일이 벌어질지, 어떤 상황이 닥칠지 아무도 모릅니다.

그 상황에서 공부계획을 엄청 빡세게 잡는다고 그 계획 자체가 이뤄질까요?

마치 원형 시간표로 하루 계획을 세운다해도 그것이 매일 이뤄질까요?

초중교 다니실때 그것을 매일 이뤄내셨나요?

즉, 공부 계획은 하루별로 세세하게 짜는 것이 큰 의미를 가지지 않는다는 것입니다.

계획을 지키지 않아도 된다면 사실 크게 상관은 없습니다. 그러나, 계획을 지켜야하므로 문제가 되겠지요?

계획을 못지키시면 보통의 학생들은 엄청 후회를 합니다. 그리고 자책하며 많이 실망합니다.

즉, 하루 할 양의 공부를 하며 성취감을 얻어야할 그 계획이 오히려 성취감을 잃고 실망하게 하는 원인이 될 수 있습니다.

이렇다면, 결국 계획을 짜는 것은 불필요한 것이 되겠지요.

어떻게 해야할까요?

1. 시간은 지속 가능한 정도에서 최대한 많이, 양은 최대 가능한 양의 80%

제가 추천드리는 방법은 이것입니다.

여러분은 시간 계획을 짜시는지요? 분량 계획을 짜시는지요?

사실 저는 둘다 틀렸다고 생각합니다.

그러나 이 사항은 이따가 설명하지요.

재수생 혹은 방학한 학생을 기준으로 하루 10~12시간

그 안에 최대한 할 수 있는 분량을 생각하시고 그의 80퍼센트 정도가 분량이 되도록 하십시오.

이 때, 20퍼센트의 시간이 남는다고 생각하지 마십시오. 보통의 경우 막히는 문제는 반드시 생기기 마련입니다.

(막히는 문제 없으시면 공부 잘못하시는 것입니다. 좀 더 난이도 있는 교재를 택하십시오.)

그 막히는 문제는 굳이 오늘 해결 안해도 됩니다. 왜 틀렸는지, 어떤 점이 불편한지에 대해 메모하십시오.

그리고 이번 주 안으로 해결하십시오. 이 과정이 제일 중요합니다.

즉, 여러분이 20%의 여유시간을 두는 것은 오늘 하루 막히는 문제 혹은 오래걸리거나 모르는 문제가 반드시 있다고 가정하고

생각하고 고민할 여유시간을 반드시 두도록 계획을 짜셔야하는 것입니다.

이 사항이 기본이므로 잘 지켜보시길 바랍니다.

물론, 당연히 단기적인 내신공부가 아니라면 시험범위 전체를 하루에 모두 포함시켜야합니다.

하루에 어떤 특정 과목을 몰아서 하시는 것은 비추천합니다.

(물론 그 날 기분에 따라서 가능하기는 하지만, 수능보시는 것이면 제발 하루에 다른 과목 한시간이라도 하십시오..)

2. 공부의 양은 시간도 분량도 아니다.

시간계획, 혹은 분량계획 이런 얘기를 많이 하곤 합니다.

시간계획이 안좋고, 분량계획을 세우는게 좋다. 이런 주장도 있죠.

앉아있기만 하는게 공부가 아니고 뭔가를 하는게 공부니까. 시간계획보다는 분량계획이란거죠.

맞습니다. 하지만 시간계획, 혹은 분량계획이 본질은 아닙니다.

시간을 많이 쓰면 생각을 많이 할 가능성이 높아지기 때문에,

많은 분량을 공부하면 생각을 많이 할 가능성이 높아지기 때문에,

그렇게 계획을 세우고 공부를 하는 것입니다.

자 그런데 공부를 해도 생각을 안하고, 그냥 기계처럼 풀기만한다면?

그러면 공부가 아닌거죠.. 의미없는 샤프질이 되는거랍니다.

예를들어서 수학공부를 할 때 내신대비용 문제집을 그저 공식이나 개념 달달 외워서 푼다면?

그 개념에 대해서 익숙해지긴 하겠죠.

또한 단원별로 그 개념에 익숙해질테니, 빨리 풀 수도 있고 분량계획 지켜질겁니다.

하지만, 생각이 없겠죠. 고민이 없을 것입니다.

그렇다면 공부한 것이 아닙니다. 그냥 기계적으로 샤프질 한거에요.

그저 개념을 외우고 적용한 것 뿐입니다. 하지만 수학공부를 그렇게 하면 안되는거잖아요.

의미를 이해한 후에, 그 이해를 바탕으로 해석하고 적용해야죠..

(사실 모든 과목에 대해서 성립하는 말이라 생각해요..

개념이나 독해 방법에 대해 계속 고민하고 생각하는 것이 공부의 기본이라 생각합니다.)

문제 풀고나서 [왜 이렇게 풀어야할까?]라는 질문 한번만 하세요.

단 한번의 질문의 차이가 공부와 헛공부를 가릅니다.

그리고 오늘 알아낸, 깨달은 사실들을 한번 노트에 써보세요.

그것이 여러분이 오늘 하루 했던 공부의 양입니다.

(만약 질문을 하지 않고 문제만 풀었다면, 문제집을 잘못풀은거에요.)

왜 이렇게 풀어야하는지 명확하게 이해하세요.

그 물음의 답을 생각하지 못하면서 문제만 풀 수 있는 상태라면 아무런 쓸모가 없습니다.

충분히 고민하고 충분히 생각하세요.

교과서의 개념 하나하나가 어떤 의미인지를 계속 파고드세요.

그리고, 그것을 정리하고 새롭게 알아간다면, 여러분은 계속 나아가는 공부를 할 수 있을거에요.

이것을 저는 생각노트라고 하였고, 플래너와 동시에 작성하였습니다.

조금 놀라운 사실을 알려드리면, 저는 플래너보다 생각노트를 더 많이 썼습니다.

생각노트는 제 게시물 중 [질문목록]의 형태의 질문과 그에 대한 답으로 구성하였습니다.

보통의 경우 교과서 공부할 때, 문제집에서 틀릴 때, 실모에서 틀릴때, 하여튼 틀릴때면 항상 생각노트를 적었습니다.

(개인적으로는 수학과 영어문법에 관해서 생각노트를 많이 적었습니다. 국어는 적을게 딱히 없었어요. 과탐은 EBS와 기출 외에는 볼게없었습니다.)

오늘 질문한 것, 생각한 것, 깨달은 것들에 대한 정리.

이것이 없다면 오늘 공부를 덜한 것일지도 모릅니다. 다시 한번 하루를 되돌아보세요.

3. 일주일 중 하루는 온전히 복습의 시간으로 두자.

마찬가지의 논리입니다.

이번 주에 해결되지 못한 질문들과 생각들이 있으면 해결할 시간을 두셔야합니다.

우리는 무언가 풀어내기 위해 공부하는 것이 아닙니다.

'잘' 풀어내기 위해 공부하는 것이지요.

복습의 중요성은 여기서 나옵니다. 잘 못하는 것에 대한 보완입니다.

이게 제일 중요합니다. 즉, 일주일 중 하루는 복습의 시간으로 두는 것은 필수가 됩니다.

그러면서 일주일동안 발전한 것이 무엇인지 직접 몸으로 느껴야합니다.

공부는 부족한 부분을 채우는 과정입니다. 여러분이 이것을 많이 체감하시지 못하실텐데요

부족한 부분을 채우는건 단순한 과정이 아니라 어려운 과정입니다.

1) 내가 지난 일주일동안 어떤 부분이 어떻게 채워졌는가.

2) 지난 일주일동안 달라진 부족한 부분을 채우기 위해 다음 일주일동안 무엇을 해야하는가.

3) 지난 일주일동안 생각지도 못했던 부족한 점이 새로 나오지는 않았는가.

보통 여러분이 공부하실 때 1)만 하십니다.

사실 부족한 부분을 채운다에는 1)~3) 모두가 해당되는거에요.

이걸 보통 메타인지라고 하시던데요. 저는 그 개념에 대해서는 잘 모르겠으나 부족한 부분은 일주일마다 달라집니다.

그것을 파악하는데에 가장 좋은 방법은 변하는 모습을 계속 관찰하는 것이고 이 날 이렇게 하셔야하는 것입니다.

4. 즉, 계획의 단위는 일주일 단위여야 합니다.

결론입니다. 보통 계획을 짜실 때, 하루 계획을 엄청 자세하게 잡으실 필요는 없습니다.

하루에 어떤 문제에서 난관을 마주할지 절대 모릅니다. 그러므로 하루 계획은 아슬아슬하게 못지킬 수도 있습니다.

그러나, 일주일 계획은 자세하셔야합니다. 일주의 계획을 못지키셨다면 그건 변명의 여지 없습니다.

일주일동안 발전하고 나아진게 없다면 변명하지 마십시오. 하루의 계획을 약간 못지킨 것과는 다릅니다.

저는 플래너에 일주일동안 할 일들의 목록을 작성하였습니다.

그 때문에 플래너는 거의 빈칸일 때가 많았고, 일주일 단위로 복습과 반성을 했었지요.

그 대신 일주일동안 들었던 질문에 대해서 계속 고민하였고, 결국 알아냈습니다.

그게 쌓이고 쌓여서 결국 성적으로 이어졌던 것이지요.

여러분이 생각하시는 것 만큼 하루는 그렇게 크지 않습니다. 어떤 도전도, 어떤 나태함도 용인할 수 있습니다.

오늘 실수한 부분에 대해서, 오늘 나태한 것에 대해서 내일 채울 수 있다면 그건 충분히 괜찮습니다. 못지켰다고 좌절하지 마세요.

그러나, 여러분이 생각하시는 것 만큼 일주일과 한달은 그렇게 작지 않습니다.

하루가 모여 일주일이 된다는 것을 아신다면, 계획이 엇나갈 수는 있어도 이 주의 계획을 지키기 위해 내일 더 달려야합니다.

여러분의 하루가 그렇게까지 크지는 않지만, 그것이 모여 일주일 전체의 계획에 큰 구멍이 생긴다면 그때는 문제가 됩니다.

그때는 좌절까지는 아니더라도 다시한번 생각해보십시오. 이렇게 나태한 것이 맞는지 이때 생각하셔야 합니다.

몇줄 요약하자면,

0. 빡센 하루 공부계획은 필요없음

1. 하루 계획은 시간은 지속가능한한 충분히, 분량은 80%만 계획하고 러프하게 짜기

2. 오늘 질문하고 생각하고 깨달은 것을 플래너와 별개로 따로 정리

3. 일주일의 하루는 복습의 시간. 그때 복습하고 이번주의 성과를 평가하고 계획짜기

4. 계획의 성취와 실패는 일주일단위로. 하루에 일희일비하지 말고 일주일의 결과에는 심각하게 생각하기.

요새 여러분들이 많이 힘드신 것을 저또한 많이 들어서 이해하고있습니다.

제가 무엇을 말한다고해도 바뀌어지지 않겠으나, 저는 모든 분들이 잘되시기를 기원할 뿐입니다.

여러분께서 가지고 계신 생각, 그리고 꿈과 의지를 응원하고 그 뜻에 걸맞는 결과가 있기를 바랍니다.

100일 남아서 늦었나 생각하는 당신에게

100일이면 늦지 않았냐고 묻는 학생이 있습니다.

늦었습니다.

남들은 그 전부터 치열하게 노력해왔고, 계속해서 지금도 공부합니다.

하지만 그렇다고 포기하실건가요?

그만큼 더욱 남은기간동안 치열하게 공부하시면 됩니다.

결국 공부라는 것은 반드시 만점을 받게하는것이 아닌, 반드시 1등급이 아닌

만점을 받을 확률, 혹은 1등급을 받을 확률을 높이는 것입니다.

그날 컨디션이 어떨지는 잘 모릅니다. 어떤 일이 벌어질지는 아무도 모르는 겁니다.

공부는 그저 확률을 높이는 것입니다.

여러분은 지금 당장 들어가도 만점 맞을 확률이 없지는 않습니다.

당연히, 공부라는 것은 그 확률을 하나씩 높이는 것이고 그 당일날의 컨디션까지 고려하는 겁니다.

반드시 만점을 받는 공부법은 없습니다. 계속해서 노력하는 거지요. 저도 마찬가지였습니다.

저는 수능을 잘 볼거라 생각하지 않았습니다.

6월 모의고사 점수는 처참했습니다.

특히 영어점수가 그랬습니다. 70점대를 벗어난 적은 없었습니다.

100일 남았을 때도 저는 영어공부를 어떻게 해야할지 감이 안왔습니다.

당연합니다. 학원이나 인강 하나도 없었으니까요.

어떤 권위있는 이가 확신을 갖고 말해줄 수 있다면 달랐겠지만, 그때는 아니었습니다.

100일 남았을 때는 결심했어야 했습니다.

이 상태를 계속 유지하고, 영어를 매년 버렸듯이 버릴지, 아니면 방법을 찾을지.

무엇이 문제인지 하루 종일을 고민했습니다.

제 고민은 단순했습니다. 도대체 왜 영어가 어렵고, 어떻게 영어가 쉬울 수 있을까?

일단 우리말로 왠만하게 다 바꾸면 됩니다.

그것의 장벽은 문법의 차이와 단어의 차이였습니다.

특히, 문법은 해석에 연결된다는 점을 생각했어야 했습니다.

문법책을 구해서 실제 해석과 어떻게 연결되는지를 고민했습니다.

단어는 예전부터 외워왔습니다. 외워온 단어가 문장해석에 어떤 영향을 주는지 생각합니다.

저는 9월 평가원 점수 89점. 수능 점수는 96점을 받게됩니다.

저도 꽤 놀랐습니다. 영어점수가 90점대를 받아본 적은 처음이었으니까요.

마찬가지로, 한번도 받아보지 못했던 수능 100점도 국어와 수학에서 받게됩니다.

원점수로는 국어는 10점, 수학은 20점 정도의 상승이었습니다.

이 모든 것이, 수능 100일 남았을 때 상상할 수 없었던 일이었습니다.

완벽을 위해서는, 반드시 약점을 알아야합니다.

75점 맞은 영어시험에서 어떤 생각을 했어야 했을까요?

실전모의고사가 70점대인 그 시험지를 들고 무엇을 해야할까요?

두가지 유형의 사람이 있습니다.

1) 75점으로 대학 갈 수 있나.. 나는 이번 수능 망한 것 같아.

지금이라도 딴 길을 찾아볼까?

2) 75점이면 25점치만 더 맞으면 대학 가겠네.

지금 25점치 부족한 이유는 도대체 뭘까?

이 차이가 결국 모든 것을 가르는 것 같습니다.

지금 여러분이 노력하는 이유는 각자가 있을 것입니다.

그 이유가 있다면, 지금 하실 것은 좌절이 아닙니다.

100일 남았으니 기념으로 쉬겠다 같은 나태함이 아닙니다.

계속 약점을 채우고 공부하는 것 뿐이지요.

100일 남았을 때는, 실전을 생각하셔야 합니다.

완벽하다는 말은 어떨 때 할 수 있을까요?

100점 맞아야 할 수 있지요.

그 백점을 맞기 위해서는, 모든 문제에 대해서 깔끔하게 해결 가능해야합니다.

지금 약점 잡으셔야합니다. 지금밖에는 시간 없습니다.

지문의 해설을 보고 그냥 받아들이는 것보다는, 어떻게 지문을 해석할지 고민하는 것.

문제 풀이를 외우기보다는, 문제풀이의 의미를 해석하고 자기 것으로 만드는 것.

타인의 지문해석을 그저 받아들이기보다는, 자신의 해석 실력을 계속 고민하는 것.

이것이 가장 이시기에 중요한 태도인 것 같습니다.

본질로 돌아가세요. 시험에서 가장 신뢰할 수 있는 것은 기본입니다.

시험장에 강사나 선생님이 따라들어간다는 생각 하지 마십시오.

당신이 시험보는 겁니다.

학생의 약점을 타인이 가장 잘 알거라고 생각하지 마십시오.

당신이 제일 잘 압니다. 지금 당장 고민하셔야 합니다.

하루에 몇점치씩 나아지십시오.

자신의 단점이 무엇인지 본질로 돌아가서 알게 된 이후에는

그것을 해결하셔야합니다.

수학의 경우를 설명해보겠습니다.

1) 21, 29, 30번을 접근하기 어렵다면, 그 풀이의 이유를 계속 자문하세요.

왜 처음에 이렇게 접근했어야 했을까?

왜 이렇게 풀이를 이어나가야 했을까?

왜 이렇게 마무리를 지었을까? 이 생각을 어떻게 했을까?

이 질문에 대한 답을 반드시 말하셔야합니다.

이 질문에 대한 답을 명확하게 아셔야, 다음번에는 접근과 풀이, 그리고 마무리를 하시게 됩니다.

언제나 이 과정에서 풀이를 본질적인 개념과 연결지으세요.

기본적인 개념은 여러분이 제일 많이 쓰는 것입니다.

여러분이 제일 익숙한 것을 활용하셔야합니다. 당연히도요..

2) 가벼운 문제에서 많이 막혔다면, 어떤 생각을 하면 막히지 않았을까를 고민하세요.

아주 기본적인 개념을 간과해서 많이 시간을 낭비하는 경향이 많습니다.

막힌 상황에서 그 해결 방법을 떠올릴 수 있어야 위기를 벗어날 수 있습니다.

문제를 해결할 수 있게 하는 핵심적인 생각이 있을겁니다.

그게 무엇인지를 자문하고 자답하세요. 그 경험을 계속 이어가세요.

3) 계산은 생명입니다. 계산에서 의심을 할 정도라면 성공하기 어렵습니다.

기본입니다. 정말.

굳이 말할 것도 없지만, 한가지 예를 들어볼까요?

어떤 학생은 계산이 부족하고 개념은 어느정도 되어있지만 완벽하지는 않습니다.

이 학생이 만약 문제를 풀었는데 답을 내지 못한다면 과연 무엇때문일까요?

계산? 아니면 개념? 사실 알 길이 없는 것입니다.

개념이 정확해도, 수능 시험장에서는 내가 잘못풀었나 의심이 듭니다.

결국, 검토의 시간이 두배는 더 늘어버립니다.

어떻게 해야할까요?

계산이 완벽하고 개념이 완벽하면 됩니다.

다만, 일반적으로는 30문제 모두 기본적인 계산력을 요구하기에,

계산이 확실한 것은, 기본으로 보셔야합니다.

계산 실수(눈병)는 실력이 느는 과정에서 유독 많이 일어납니다.

자신이 언제 계산실수를 하는지, 어떤 유형에서 하는지를 찾고 의식하셔야합니다.

이렇게, 가장 기본적인 것에 충실하고, 부족한 부분을 자문자답으로 채우십시오.

하루에 겨우 1점정도라도 충분히 가치있는 발전입니다.

그 발전이 100일 모이면 총점 100점이 늘게 되는 거겠지요.

저또한, 그런 방식으로 충분히 늘었으니까요..

그러니까 제발 100일을 특별하게 생각하지 마세요.

사실, 굳이 제가 D-100일 늦지 않았어요..

이런 말을 하는 것의 이유는, 이 100일을 특별하게 생각하고 무서워하시는 분들이 있어서에요.

분명 시간이 많이 남았던 것 같은데, 어느 순간 100일도 안남고,

어느 순간 한달 뒤라고 하고.. 그때문에 불안할거라고 생각해요.

하지만, 최선은 언제나 평정심을 유지하고 공부하는거에요.

평정심을 유지하고 기본으로 되돌아가고, 계속 초심을 지키고 약점을 고치면서 나아가는거.

사실 말 참 쉬워요.

정말 쉬워요. 공부하는거. 다른 돈 드는거 하나도 안해도 어느정도 했었어요 저는.

그냥 평상시대로 계속 이어나가면 됩니다.

그 쉬운 말 하나가 행동으로 진득하게 이어지는 것이 어려울 뿐이에요.

그걸 할 수 있느냐 없느냐의 차이인 것 같아요. 제가 경험해봤을 때는 그래요.

지금 현재 성적에 좌절하지 마세요.

100일. 그 짧은 시간이 남았다는 사실에 좌절하지 마세요.

시간은 짧습니다. 하지만 자신의 약점을 보기에는 충분합니다.

문제점이 무엇인지, 해결책은 무엇인지 끊임없이 자문자답하세요.

수능 시험장에 들어갈 때, 저는 생각했습니다.

이렇게 공부해서 이룰 수 없는 것이면, 내 길이 아니다.

저는, 후회없이 시험장에 들어갔습니다.

치열하게 하세요. 걱정이나, 여러 부정적인 감정은 여러분을 발전시키지 않습니다.

지금 당장 머리 식히고 하세요.

9월 평가원 직전의 조언

근데 생각해보면 감정을 빼고 진지하게 임하라는 말 외에는 특별한 말은 없네요.

왠만하면 다 그런 말들 뿐인 것 같습니다. 감정 빼고 최선을 다해서 진지하게,

끝날때도 진지하게.. 이런 말 외에는 부연설명인 것 같아요.

1. 수능이라 생각하세요. 진심으로.

이제 보는 모든 시험은 수능과 같다고 생각하셔야합니다.

특히 평가원 시험은 더욱더 그렇습니다.

내일 멘붕했다면, 수능이었을 때 어떻게 대처할지에 대해 생각하세요.

지금 경험하셔야 수능때 당황하지 않습니다.

어떤 곳에서 당황했는지, 어떤 부분을 복습해야할지 제대로 생각하셔야합니다.

2. 특히 수학에서는 검토가 점수의 안정성을 보장합니다.

특히 수학에서 검토시간을 확보하세요. 검토를 하지 않고서는 불안정하게 점수가 나올 수 밖에 없습니다.

지금 아직 검토에 대한 계획이 없다면, 적어도 15분정도의 검토시간은 따로 마련하도록 계획을 다시 세우세요.

또한, 시험장 내에서 맞았다고 생각하는 문항을 최대한 많이 확보하세요.

아이디어도, 개념도, 계산도, 검토도 완벽했던 문항을 충분히 확보하셔야합니다.

그리고 그러한 문항을 다시 재검토할 필요가 없는 것입니다.

아마 기본 풀이를 충분히 연습했더라면 확신을 가지고 풀 수 있는 문항들이 여럿 되실겁니다.

개념이 완벽하게 될테니까요. 그러한 문항에서 계산과정을 확실하게 점검하시면 시험지에 동그라미 치시고 나머지를 검토하시면 됩니다.

모든 문항을 3번 푸는 것보다 확실한 문항을 거르고 애매한 것을 많이 보는 것이 맞습니다.

검토시간은 한정되어있습니다. 이 사실을 기억하세요.

3. 막히면 넘어가거나 버리세요.

시간은 한정되어있습니다. 감정적으로 막히면 조금 더 잡고있으면 풀리지않을까 생각이 듭니다.

정신차리셔야합니다. 막혔을 때, 환기하지 않으면 해결되는 것은 없습니다.

처음부터 다시 보시거나, 정 너무나도 어렵다면 버리세요.

보통의 경우는 처음부터 다시 차근차근 보면 해결되는 경우도 많습니다.

그렇지 않은 경우라면 버리면 그만큼의 시간을 벌 수 있습니다.

막힌 경우에 더 잡고있는 경우는 거의 좋지않은 방향으로 가게됩니다.

시간을 심하게 더 쓰는 것이 기본이며 그럼에도 못푸는 경우가 있습니다.

4. 시험 끝나고 반드시 복기하세요.

복기는 문제의 복기뿐만 아니라, 그 날의 컨디션과 몸상태 마음상태와 여러 생각들이 포함됩니다.

특히 감정에 대해서 이야기해야겠습니다. 그 날 한 과목에서 크게 실수를 했을 경우, 크게 아쉬워하지마세요.

핸드폰 하지 마세요. 다음 시험을 묵묵히 준비하세요. 그러한 연습또한 해야합니다.

수능시험장에서는 끝날때까지 끝난게 아닙니다.

마찬가지로 탐구과목때까지 집중할 수 있는지도 보아야합니다.

집중이 되지 않는다면 커피나 포도당 캔디로 보충을 시도해보세요.

이러한 모든 과정들을 시험 끝나고 바로 복기하셔야합니다. 시험의 내용또한 기본입니다.

5. 잘보든 못보든 제발 멘붕하지 마세요.

많은 학생이 잘보던 못보던 멘붕해서 그 날 즉시 복습을 하지 않는 것을 알고있습니다.

못보면 멘붕이 당연한데, 잘보면 왜 멘붕하는지는 아마 애매할겁니다.

예를 들어, 잘봤을 때 [나는 이정도하면 충분히 잘 한 것 같아. 이정도면 공부 괜찮게 했던 것 아닐까?]

하면서 마음 편하게 생각해버리면서 피씨방을 가거나 놀거나 자게됩니다.

못보면 [난 역시 안되나봐] 하면서 우울해하면서 피방가겠죠

잘봤으면 경계하세요. 이 시험은 부족한 부분을 어떻게든 파악하기 위한 시험입니다.

부족한 부분을 이 시험에서 발견하지 못했다는 것이며, 그렇다면 더욱더 자신의 약점을 다시 살펴봐야합니다.

어디에 있을지 모르는 약점을 당연하게 더 노력해서 찾아봐야합니다.

못봤어도 실망하지 마세요. 고쳐가면됩니다. 하나하나씩 나아지면 돼요.

많은 학생들이 점수가 모자라면 멘탈 터지는 것 알고있습니다.

예를 들어 77점을 맞은 학생이 있다면 70점대의 자신의 성적을 비관하는 것을 저는 알고있습니다.

23점만 더 채우면 된다는 것을 말하고 싶습니다.

그러나 보통의 경우는 23점 더 채우기 어렵습니다.

채우는 과정이 어려운 것이 아닌, 23점 어치의 부족함을 제대로 보지 못하고, 어떻게 해결해야할지 모르는 것.

이게 가장 어려운 것 같아요.

부족한 부분을 알기위해서 복기하세요.

부족한 부분을 다시 해결하기 위해 왠만하면 기본으로 다시 돌아가보세요.

혹시 시간이 부족했다면 기본적인 계산, 혹은 독해능력 등의 문제도 다시 생각해보세요.

결과적으로 노력의 방향을 찾아낸다면 여러분의 시험은 충분히 훌륭한 경험이 되실거에요.

많이 당연한 이야기들을 조금 더 나열해봤습니다.

요즘 제 생활이 너무나도 바빠서 여러분께 여러가지 것들에 대해 말을 못하고있네요.

조만간 여러가지 수험에 대한 마음가짐을 알려드리겠습니다.

아직 남은 긴시간 충분히 활용해서 하루에 작게나마 성장할 수 있으시기를 바랍니다.

9월 평가원 이후에 바로 복습안하고 롤 두판 돌리는 사람들에게

근데 어차피 이런거 아무리 올려봐야 복습 안하고 피시방 가서 채점하고

잘보던 못보던 현타쎄게와서 롤 두판 돌리다가 집가서 자더라.

리얼입니다.

오늘은 이 리얼하신 분들을 위한 글을 써보도록 하죠.

1. 9월 평가원은 꽤 고품격의 시험일 뿐이다. 9평점수만이 전부는 아니다.

전부가 아닙니다. 두가지 의미로 해석할 수 있습니다.

첫째로, 이것은 수능이 아니기때문에, 지금 모자란 것을 발견했다면 채우면 됩니다.

언제나 점수가 중요한 게 아니에요. 어떤 점이 모자란지, 어떤 점을 채우면 되는지에 집중해야합니다.

보통 대입의 자격은 수능점수로 얻게됩니다.

그래서 학생들의 심리에는, 모의고사 점수가 낮게나오면 일단 실망하고 기분이 상하게되는데

점수는 부족한 부분에서 못얻는 것이지, 이유없이 못얻는 것이 아닙니다.

75점을 맞았다면, 기분이 상하는 것이 아닌, 25점을 채울 계획을 세워야 역전가능합니다.

두번째로, 이것은 수능이 아니기때문에, 지금 모자란 것을 못발견한 것이 마냥 좋은것만은 아닙니다.

90점대를 못받아본 학생이 92점이나 96점 처음 받으면 분명 기분 좋을것임은 압니다.

하지만 그게 수능까지 이어진다는 보장은 없습니다. 더욱 더 열심히 할 이유인 것입니다.

오히려 부족한 부분을 보지 못한 것이 더 위험할 수 있다는 것을 인식하길 바랍니다.

2. 마음가짐은 현실적으로. 비관도 낙관도 아닌 정확한 상황을 알아차려야한다.

이맘때 쯤이면, 학생들은 현실과는 조금 다르게 인식을 하곤 합니다.

점수가 너무 안나와서 심하게 비관을 하는 학생도 있지요. [난 안될거야..]말하면서 놓아버리기도 합니다.

점수가 안나와도 [나는 잘될거야. 그래야해]라며 막연한 희망을 갖기도 합니다.

비관도 낙관도 지금 현재 시점에는 독입니다.

현 상황을 정확하게 파악하고 개선하는 것이 제일 중요합니다.

약간 현실적으로 생각하세요. 내가 어떤 상황인지, 내가 무엇을 할 수 있는지

확실하게 이해하고 개선하시길 바랍니다.

3. 후회가 될 만한 것들을 하지말자.

당신이 미련을 가지는 것도, 당신이 만족하지 못하는 것도.

그리고 계속해서 아쉬움이 남는 것도 최선을 다하지 않았기 때문입니다.

그 점이 후회로 남아서 계속 맴돌게되면, 삶 전반에 걸쳐서 손해로 작용하게 될 것입니다.

이제 70일 남았습니다. 후회가 될 무언가를 하지마세요.

사실 모의고사와는 관련없는 이야기일지도 모릅니다.

다만, 지금 최선을 다하지 못하면, 여러분은 계속 아쉬움과 미련과 후회가 남는다는 이야기입니다.

그리고 그 순간들이 계속 맴돌아 아무것도 하지 못하는 상황까지도 온다는 이야기입니다.

어쩌면 수능 끝나고 가정형편의 핑계를 댄다거나, 사회 핑계를 댄다거나

아니면 내 능력 핑계를 댄다거나 하여튼 그렇게 하면서 폐인이 될 수도 있다는 이야기입니다.

심각한 이야기인 것 같지요? 제 이야기입니다.

지금 가장 하고싶었던 말입니다. 후회가 될 만한 것을 남기지 말고

지금 당장 70일 전부 노력하세요.

시험 끝나고 바로 복습하세요

언제나 평가원 시험은 중요합니다.

실제 시험과 난이도와 경향이 비슷할뿐만 아니라 그 형식도 비슷합니다.

반드시 실전처럼 생각하셔야합니다 .

수능날, 혹은 수능 3일 전 , 나는 이럴 것이다 . 라고 생각하는 행동양식을 그대로 하세요 .

예를들어, 3일 전부터 기출문제 복습을 하고 마무리 정리를 한다던가 ..

약한 부분을 다시한번 복습한다던가.. 실전처럼 생각하고 행동하셔야 합니다 .

그것에서 부족한 부분이 발견되었다면 반드시 고치시면 됩니다.

예를들어, 모의평가 당일날 어떤 모종의 이유로 제 컨디션이 발휘되지 않았다면

그 원인을 분석하시고 고치셔야합니다.

또한 시험 끝나면 바로 복습하세요 .

바로 약점을 복습하시고 전략을 다시 세우세요. 모의고사 날은 망했다 하면서 노는날이 아닙니다 .

이 시험은 약점을 보완하기 위한 시험입니다.

약점을 보완하려는 목적이 채워져야하는 시험이며,

그 목적에 따라 바로 복습하는것이 좋습니다.

수능 끝나고 나서 해설강의 들으시는 분은 없으실겁니다.

수능 끝나고 바로 복습할 필요는 없습니다. 하지만 모의평가는 다릅니다 .

여러분 수능 남으셨고, 여러분이 부족한 부분을 파악하려고 계속 시험 보시는겁니다 .

그날 바로 복습하세요. 바로 다시 피드백을 거치시길 바랍니다 .

피드백은 다음과 같은 매우 당연한 과정을 거칩니다.
1. 이 시험 (혹은 문제)을 왜 이렇게 봤는가 . 어떤이유때문에 맞고 틀렸는가 .
2. 이 시험을 잘 보기 위해서 , 혹은 이런 상태로 유지하기위해서는 무엇이 필요한가 .
3. 채웠을 때 실전의 어느 상황에서도 이것을 쓸 수 있는가 .

연습해왔다면, 실제로 그것을 쓰셔야합니다 . 반드시 기본개념은 다른것보다 쉽게 쓰일겁니다 .

만약 쓰는 것이 어렵다면, 그것은 여러분이 채워야할 치명적인 약점입니다 .

기본개념에 약점이 있다면 그것은 치명적입니다. 반드시 채우세요 .

그 이후의 지엽에 대한 정리는 나중에 하셔도 충분합니다.

공부 외적인 요소에서는 문제가 없었나요?

이상하게도 그날 심리적인 이유가 있다던지..

과민성 대장증후군이 있다던지, 그날 유독 아팠다던지 ..

이런 일들이 분명 있을 수 있습니다.

시험은 한번에 끝나는 것입니다.

그리고 그 한번의 기회에는 무수히 많은 일들이 일어날 수 있습니다.

그리고 여러분이 명심하셔야할 것은,

공부는 확률을 늘리기 위해서 하는 것.입니다.

여러분 누구나 수능 만점을 받을 확률이 존재합니다.

대충 200문제 가까이를 찍으셔서 맞출 확률이 0은 아니니까요 .

여러분이 공부하는 이유는 명백합니다. 잘 받을 확률을 높이는 것이에요 .

그렇다면, 공부 외적으로 시험장에서 어떤 일이 일어날지 생각하고 대비하는것 또한 중요한 것은 잊으시면 안됩니다 .

왠만해선, 진통제 , 지사제 , 소화제 , 소염제 , 카페인 , 당 보충제 정도는 가져가면 좋지않나 싶습니다 .

그 외에도 모든 경우의 수를 다 대비하시고, 혹시라도 수능 시험장에서 멘탈적인 문제나 몸의 문제가 있었다면 반드시 체크하세요 .

언제 어떻게 그런 일이 일어났는지 고민하세요.

어떻게 그것을 예방할지도 당연히 시험 후에 피드백할 부분입니다.

이것 또한 바로 피드백을 하셔야 가능합니다.

제발 바로 복습하세요. 근데 대부분은 피곤하고 탁 풀어져서 안함 .

각 과목별 기본적인 점검사항
일반적인 방향에 대해서 정리하겠습니다.
세부적인 방향은 각자의 차이가 있습니다.
여기서는 기본을 이야기 합니다. 그 기본에 맞도록 공부하시길 바랍니다 .

국어

국어 과목에서 비문학과 문학의 목적은 무엇일까요?

필자가 쓴 글의 내용을 이해할 수 있니 ?
필자가 쓴 글의 내용을 공감할 수 있니 ?

사실 이 두 가지가 기본입니다.

이 두가지를 전달하기 위해 강사님들이 그렇게나 노력하시는 거에요..

저는 전문적인 국어영역의 강사가 아니기에 약간 러프하게나마 전달하겠습니다.

비문학의 경우 : 처음 부분에 집중하세요 .

비문학은 사설이나 책에서 지문을 발췌합니다.

여러분이 보는 글의 소재는 여러분이 지금까지 한번도 알지 못한 것일 가능성이 높아요.

예를 들어, 여러분은 콘크리트에 대해서 자세하게 알아본 적 있습니까 ?

신채호의 사상에 대해서 잘 알아보신 적은 있으신가요?

여러분이 잘 아는 소재는 왠만하면 나오지 않습니다.

필자도 여러분이 잘 알거라 기대하지 않아요.

하지만, 필자는 여러분이 그 개념을 알았으면 좋겠습니다 .

그래서 반드시 좋은 글은 독자가 계속 읽고싶게 만들어야 합니다.

그러려면, 처음부터 주제와 관련한 독자의 궁금증을 유발할 수 밖에 없어요 .

이 부분을 캐치하셔야합니다. 처음 부분에서 필자가 제시한 주제를 찾으세요 .

그것이 질문일 수 있고, 어떤 예시일 수도 있습니다 .

실제로 평가원 지문과 문제에서는 다음과 같이 질문하고 예측하며 읽기를 권하고 있습니다.

다음 지문과 문제를 보도록 합시다.

[27～32] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

16세기 전반에 서양에서 태양 중심설을 지구 중심설의 대안으로 제시하며 시작된 천문학 분야의 개혁은 경험주의의 확산과 수리 과학의 발전을 통해 형이상학을 뒤바꾸는 변혁으로 이어졌다. 서양의 우주론이 전파되자 중국에서는 중국과 서양의 우주론을 회통하려는 시도가 전개되었고, 이 과정에서 자신의 지적 유산에 대한 관심이 제고되었다.

복잡한 문제를 단순화하여 푸는 수학적 전통을 이어받은 코페르니쿠스는 천체의 운행을 단순하게 기술할 방법을 찾고자 하였고, 그것이 ⓐ일으킬 형이상학적 문제에는 별 관심이 없었다. 고대의 아리스토텔레스와 프톨레마이오스는 우주의 중심에 고정되어 움직이지 않는 지구의 주위를 달, 태양, 다른 행성들의 천구들과, 항성들이 붙어 있는 항성 천구가 회전한다는 지구 중심설을 내세웠다. 그와 달리 코페르니쿠스는 태양을 우주의 중심에 고정하고 그 주위를 지구를 비롯한 행성들이 공전하며 지구가 자전하는 우주 모형을 ⓑ만들었다. 그러자 프톨레마이오스보다 훨씬 적은 수의 원으로 행성들의 가시적인 운동을 설명할 수 있었고 행성이 태양에서 멀수록 공전 주기가 길어진다는 점에서 단순성이 충족되었다. 그러나 아리스토텔레스의 형이상학을 고수하는 다수 지식인과 종교 지도자들은 그의 이론을 받아들이려 하지 않았다. 왜냐하면 그것은 지상계와 천상계를 대립시키는 아리스토텔레스의 이분법적 구도를 무너뜨리고, 신의 형상을 ⓒ지닌 인간을 한갓 행성의 거주자로 전락시키는 것으로 여겨졌기 때문이다.

16세기 후반에 브라헤는 코페르니쿠스 천문학의 장점은 인정하면서도 아리스토텔레스 형이상학과의 상충을 피하고자 우주의 중심에 지구가 고정되어 있고, 달과 태양과 항성들은 지구 주위를 공전하며, 지구 외의 행성들은 태양 주위를 공전하는 모형을 제안하였다. 그러나 케플러는 우주의 수적 질서를 신봉하는 형이상학인 신플라톤주의에 매료되었기 때문에, 태양을 우주 중심에 배치하여 단순성을 추구한 코페르니쿠스의 천문학을 받아들였다. 하지만 그는 경험주의자였기에 브라헤의 천체 관측치를 활용하여 태양 주위를 공전하는 행성의 운동 법칙들을 수립할 수 있었다. 우주의 단순성을 새롭게 보여 주는 이 법칙들은 아리스토텔레스 형이상학을 더 이상 온존할 수 없게 만들었다.

[A] 17세기 후반에 뉴턴은 태양 중심설을 역학적으로 정당화하였다. 그는 만유인력 가설로부터 케플러의 행성 운동 법칙들을 성공적으로 연역했다. 이때 가정된 만유인력은 두 질점*이 서로 당기는 힘으로, 그 크기는 두 질점의 질량의 곱에 비례하고 거리의 제곱에 반비례한다. 지구를 포함하는 천체들이 밀도가 균질하거나 구 대칭*을 이루는 구라면 천체가 그 천체 밖 어떤 질점을 당기는 만유인력은, 그 천체를 잘게 나눈 부피 요소들 각각이 그 천체 밖 어떤 질점을 당기는 만유인력을 모두 더하여 구할 수 있다. 또한 여기에서 지구보다 질량이 큰 태양과 지구가 서로 당기는 만유인력이 서로 같음을 증명할 수 있다. 뉴턴은 이 원리를 적용하여 달의 공전 궤도와 사과의 낙하 운동 등에 관한 실측값을 연역함으로써 만유인력의 실재를 입증하였다.

16세기 말부터 중국에 본격 유입된 서양 과학은, 청 왕조가 1644년 중국의 역법(曆法)을 기반으로 서양 천문학 모델과 계산법을 수용한 시헌력을 공식 채택함에 따라 그 위상이 구체화되었다. 브라헤와 케플러의 천문 이론을 차례대로 수용하여 정확도를 높인 시헌력이 생활 리듬으로 자리 잡았지만, 중국 지식인들은 서양 과학이 중국의 지적 유산에 적절히 연결되지 않으면 아무리 효율적이더라도 불온한 요소로 ⓓ여겼다. 이에 따라 서양 과학에 매료된 학자들도 어떤 방식으로든 ㉠서양 과학과 중국 전통 사이의 적절한 관계 맺음을 통해 이 문제를 해결하고자 하였다.

17세기 웅명우와 방이지 등은 중국 고대 문헌에 수록된 우주론에 대해서는 부정적 태도를 견지하면서 성리학적 기론(氣論)에 입각하여 실증적인 서양 과학을 재해석한 독창적 이론을 제시하였다. 수성과 금성이 태양 주위를 회전한다는 그들의 태양계 학설은 브라헤의 영향이었지만, 태양의 크기에 대한 서양 천문학 이론에 의문을 제기하고 기(氣)와 빛을 결부하여 제시한 광학 이론은 그들이 창안한 것이었다.

17세기 후반 왕석천과 매문정은 서양 과학의 영향을 받아 경험적 추론과 수학적 계산을 통해 우주의 원리를 파악하고자 하였다. 그러면서 서양 과학의 우수한 면은 모두 중국 고전에 이미 ⓔ갖추어져 있던 것인데 웅명우 등이 이를 깨닫지 못한 채 성리학 같은 형이상학에 몰두했다고 비판했다. 매문정은 고대 문헌에 언급된, 하늘이 땅의 네 모퉁이를 가릴 수 없을 것이라는 증자의 말을 땅이 둥글다는 서양 이론과 연결하는 등 서양 과학의 중국 기원론을 뒷받침하였다.

중국 천문학을 중심으로 서양 천문학을 회통하려는 매문정의 입장은 18세기 초를 기점으로 중국의 공식 입장으로 채택되었으며, 이 입장은 중국의 역대 지식 성과물을 망라한 총서인 『사고전서』에 그대로 반영되었다. 이 총서의 편집자들은 고대부터 당시까지 쏟아진 천문 관련 문헌들을 정리하여 수록하였다. 이와 같이 고대 문헌에 담긴 우주론을 재해석하고 확인하려는 경향은 19세기 중엽까지 주를 이루었다.

* 질점 : 크기가 없고 질량이 모여 있다고 보는 이론상의 물체.
* 구 대칭 : 어떤 물체가 중심으로부터 모든 방향으로 같은 거리에서 같은 특성을 갖는 상태.

27. 다음은 윗글을 읽은 학생의 독서 기록 중 일부이다. 윗글을 참고할 때, '점검 결과'로 적절하지 않은 것은?

○ 읽기 계획 : 1문단을 훑어보면서 뒷부분을 예측하고 질문 만들기를 한 후, 글을 읽고 점검하기

예측 및 질문 내용	점검 결과
○ 서양의 우주론에 태양 중심설과 지구 중심설의 개념이 소개되어 있을 것이다.	예측과 같음 ········· ①
○ 서양의 우주론의 영향으로 변화된 중국의 우주론이 소개되어 있을 것이다.	예측과 다름 ········· ②
○ 서양에서 태양 중심설을 제기한 사람은 누구일까?	질문의 답이 제시됨 ········· ③
○ 중국에서 서양의 우주론을 접하고 회통을 시도한 사람은 누구일까?	질문의 답이 제시됨 ········· ④
○ 중국에 서양의 우주론을 전파한 서양의 인물은 누구일까?	질문의 답이 언급되지 않음 ········· ⑤

(19수능 천체 지문)

이 지문과 문제는 직접적으로 첫 문단을 보고 질문과 예측을 하라고 지시하였습니다.

물론 첫 문단은 연관성 없는 두 문장으로 되어있습니다.

그러나 이 두 문장은 앞으로 나올 내용을 알려주고 있다고 해도 과언은 아닐 것입니다.

이 첫문단들로 질문을 만들고 그것을 해결해가면서 읽는 것이 기본이며,

그 중간마다 문단의 핵심 내용을 머릿속, 혹은 시험지 옆에 정리하면서 진행하시면 더욱 좋습니다 .

이러한 과정이 있었는지 생각해보도록 해주세요.

틀린 지문이나, 이해되지 않는 지문에 대해서 , 한번 첫문단에서 방향을 잡고 독해해보세요 .

질문을 만들고 독해를 하는 것과 아닌 것의 차이는 굉장히 큽니다.

문학의 경우 : 공감하세요

(나)

샤갈의 마을에는 **삼월에 눈**이 온다.
봄을 바라고 섰는 사나이의 관자놀이에
새로 돋은 정맥이
바르르 떤다.
바르르 떠는 사나이의 관자놀이에
새로 돋은 정맥을 어루만지며
눈은 수천수만의 **날개**를 달고
하늘에서 내려와 샤갈의 마을의
지붕과 굴뚝을 덮는다.
삼월에 눈이 오면
샤갈의 마을의 쥐똥만 한 **겨울 열매**들은
다시 **올리브빛**으로 물이 들고
밤에 **아낙**들은
그해의 제일 아름다운 불을
아궁이에 지핀다.

- 김춘수, 「샤갈의 마을에 내리는 눈」 -

(19수능 33~35 지문)
여러분은 문학을 공부하실 때, 어떤 목적으로 공부하시나요 ?
문학은 도대체 왜 공부하는 걸까요?
문학은 작가가 도대체 왜 쓰는 걸까요?
내가 이것을 보고 이런 생각이 들어.
이 기분에 맞게 작품을 쓸거야.
그러니까 이 느낌을 같이 공감해줬으면 좋겠어.

사실 굉장히 간단한 것입니다. 이 상황을 공감해줬으면 좋겠다는 거지요 .

하지만, 시험은 객관적입니다 . 공감이 되지 않아도 , 이해되지 않아도 풀어야합니다 .

나의 공감과 타인의 공감은 다르며, 이해도 다릅니다 . 그런 주관성을 배제해야합니다 .

그렇다면, 적어도 지문에 나와있는 그 이미지를 상상할 수는 있을 겁니다 .

지문에 나와있는 이미지를 상상하세요.

이와 더불어, 작품을 읽을 때 작품을 먼저 읽으시길 바랍니다 .
작품을 그대로 읽고 상상하는 경험이 필요합니다.
이후 <보기 >나 문제를 보고 위 경험에 비추어 접근하는 것이 일반적일 것입니다 .
문학의 목적은 그 작품의 감상이기 때문에 그 목적에 맞추어 전략을 세우는 것이 좋습니다.

다시 점검하실 때, 그 작품속의 내용을 상상하면서 읽으셨는지 확인하길 바랍니다 .

또한, 문제의 선지 어휘를 모르고있지 않나 다시한번 체크하길 바랍니다 .

수학 : 연결하세요 .

일반적인 시험에서 필요한 연결은 세가지입니다.
1. 개념과 개념 사이의 연결 . - 개념 사이의 공통점과 차이점을 파악하고 정리한다 .
2. 개념과 문제 사이의 연결 . - 실제의 문제에서 어떤 개념이 어떻게 쓰이는지 파악한다 .
3. 문제와 문제 사이의 연결 . - 문제들 사이의 공통점을 파악하고 정리한다 .

오늘은 간단하게만 정리할게요.

첫 번째는 개념과 개념 사이의 연결입니다.

단언컨대, 공통점과 차이점을 이용해 정리하는 것은 가장 유용한 정리방법입니다 .

어떤 묶음이 가진 공통적인 특징으로 그 묶음을 정의하고, 차이점으로 각각의 개별적인 특징과 성격에 대해 생각해보는 것 .

이것은 모든 공부에 적용할 수 있는 기본적인 방법입니다..

공통점과 차이점을 이용해서 개념을 정리하고, 개념이 왜 필요한지 , 어떻게 필요한지 정리합니다 .
이렇게 정리할 때 생소한 문제가 나와도 어떤 부분의 개념을 써야할지 대략적으로 알 수 있어요.

두 번째는 개념과 문제 사이의 연결입니다.

문제에 나온 표현에서 어떤 특징을 가진 개념을 써야할지 유추합니다..

세부적인 특징을 기억한다면, 문제에 써야할 개념을 확실하게 알 수 있습니다 .

앞에서 정리한 개념을 바탕으로 실제에 적용해보아야 합니다.

이것의 실제는 **[처음 접근을 어떻게 해야할 것인가 ?], [문제 풀이의 순서가 과연 이렇게 되는 것이 맞는가 ?]**

이렇게 문제풀이의 이유를 명확하게 하는 것으로 출발합니다.

만약 여러분께서 틀린 문제가 있다면, 이 때 여러분의 해설을 직접 써보시는 것을 추천합니다 .

해설을 직접 쓰시면서 그 순서와 접근이 상식적으로 적절한지에 대해 판단해보셔야 합니다.

세 번째는 문제와 문제 사이의 연결입니다.

기존 문제를 해결한 경험을 바탕으로 새로운 문제에 대한 해결방향을 생각합니다.

기본 개념은 변하지 않습니다. 즉 , 기존에 해결한 문제들이 반드시 존재합니다 .

그것을 다른 문제와 연결지어 정리해주세요. 그러면서 개념의 쓰임이 더욱 명확해질 것입니다 .

만약 여러분께서 틀린 문제가 있다면, 이전의 문제와 연결지어서 생각해주세요 .
이전의 문제와의 공통점과 차이점을 생각해보시고 차이점이 있다면, 새로운 방법을 생각해보세요 .
공통점이 있다면 그것을 적용하여 문제를 풀고, 이전 문제와 함께 정리하세요 .

이것을 6월 모의고사 정리에 적용할 방법은 다음과 같습니다 .

개념 자체가 기억이 안난다면, 개념을 다시 복습하세요 .

또한 그 개념이 전체의 흐름에서 어떤 역할을 차지하는지 연결하세요.

개념을 알지만 문제에 적용하지 못해서 막혔다면, 개념의 의미를 다시한번 복습하세요 .

어떨 때 개념을 써야할지 약간만 고민해보면 충분히 극복할 수 있습니다.

문제 자체에 손도 못댔다면, 다른 유사한 문제를 찾아보세요 .

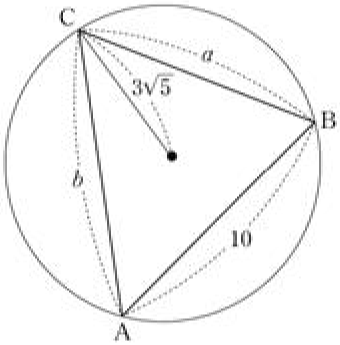
다른 문제에서 쓰였던 아이디어가 그 문제에도 동시에 사용되었을 수 있습니다.

어떤 이유로 그 아이디어를 못떠올렸는지 분석하세요.

예를 한번 들어볼까요?

19. 길이가 각각 10, a, b인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이고
$\frac{a^2+b^2-ab\cos C}{ab}=\frac{4}{3}$ 일 때, ab의 값은? [4점]

① 140 ② 150 ③ 160 ④ 170 ⑤ 180



2020년 4월 모의고사 나형 19번

이 문제의 해설은 다음과 같습니다.

먼저, 코사인 법칙을 떠올려보자. $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$가 코사인 법칙이었다.

즉, 위 식인 $\frac{a^2+b^2-ab\cos C}{ab}=\frac{4}{3}$과는 약간 다르다. 그러나 대입해보자.

$$\frac{a^2+b^2-2ab\cos C+ab\cos C}{ab}=\frac{100+ab\cos C}{ab}=\frac{4}{3}$$

정리하면, $100=\frac{4}{3}ab-ab\cos C$이다.

내접원의 반지름을 알고, 대변의 길이를 알면 사인법칙을 쓸 수도 있다.

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$이므로, 여기에 c와 반지름의 값을 대입하면

$\frac{10}{\sin C}=6\sqrt{5}$ 이며 $\sin C=\frac{\sqrt{5}}{3}$ 이다. 예각삼각형이므로 예각 C에 대해서

$\cos C=\sqrt{1-\sin^2 C}=\frac{2}{3}$이므로, $100=\frac{4}{3}ab-ab\cos C$에 대입하면

$100=\frac{2}{3}ab$로 ab의 값은 150이다.

이 문제는 코사인법칙과 사인법칙을 정확하게 기억할 수 있으면 풀 수 있었던 문제였습니다.

코사인 법칙의 식을 정확하게 기억했다면 주어진 식이 코사인법칙과 약간 다름을 이해하고 사인법칙 또한 활용할 수 있었을거에요.

당연히 문제풀이의 순서 또한, 코사인 법칙을 먼저 떠올리는 것이 자연스럽습니다.

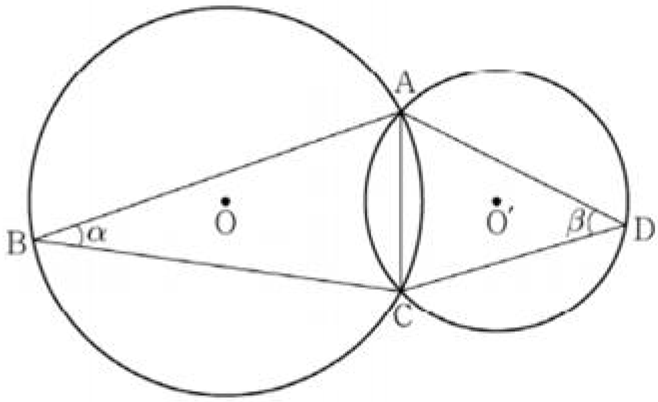
그러나 주어진 식이 코사인법칙과 완벽하게 같지는 않음을 이해하고 반지름의 길이를 이용해서 사인법칙을 떠올리는 것이 풀이의 올바른 순서입니다.

이와 같이 풀이의 이유를 같이 떠올려가면서 풀이를 진행해보세요.

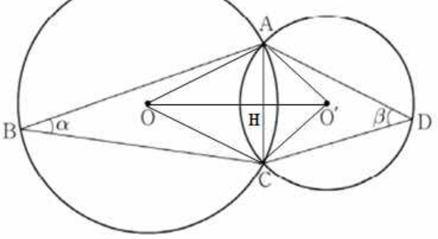
21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O′이라 하고 ∠ABC $=\alpha$, ∠ADC $=\beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{3}{2},\quad \cos(\alpha+\beta)=\frac{1}{3},\quad \overline{\mathrm{OO'}}=1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



2022학년도 수능 예비문제 21번
풀이는 다음과 같습니다.



이 때, $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{OA}}\sin\alpha = \overline{\mathrm{O'A}}\sin\beta$이며, $\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \dfrac{3}{2}$에서 $2\sin\beta = 3\sin\alpha$이므로,

$\dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{OA}}\sin\beta = \overline{\mathrm{O'A}}\sin\beta$, $\dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{O'A}}$ 이다.

구하는 것은 삼각형 ABC의 외접원의 넓이이므로 외접원의 반지름인 $\overline{\mathrm{OA}} = r$로 하면

$\overline{\mathrm{O'A}} = \dfrac{2}{3}r$이다. 이 때, 그림에서 $\angle \mathrm{OAO'} = \pi - (\alpha + \beta)$ 이므로,

세 변의 길이와 $\angle \mathrm{OAO'}$의 코사인 값을 알고 있으므로 위의 문제처럼 코사인법칙을 쓸 수 있다.

$1^2 = r^2 + \left(\dfrac{2}{3}r\right)^2 - 2r \times \dfrac{2}{3}r \times \cos\{\pi - (\alpha+\beta)\} = \dfrac{13}{9}r^2 + \dfrac{4}{3}r^2 \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{17}{9}r^2$이므로,

$r^2 = \dfrac{9}{17}$, 원의 넓이는 $\pi r^2 = \dfrac{9}{17}\pi$, 답은 $9 + 17 = 26$이다.

위 문제와 비슷한 개념을 이용하는 문제입니다.

이번에는 주어진 식을 이용하여 사인법칙을 이용할 수 있지 않을까요?

결론을 말하면, 불가능합니다 .

삼각형ABC와 삼각형 ADC의 외접원이 동일하지 않기 때문에 이러한 실수를 하면 안됩니다 .

우리가 사인법칙을 쓸 수 있는 상황은 한 삼각형 안에서의 상황입니다 .

두 삼각형에 대해서 사인법칙을 쓸 수는 없죠.

오히려 원주각의 두배가 중심각이라는 사실로 인해서, 중심에서 현에 수선의 발을 내려볼 수 있습니다 .

즉, 사인법칙을 이용하는 전략보다는 , 사인의 값을 직접 대입하여 반지름의 길이를 정리해보는 전략을 이용할 수 있습니다 .

이 후에는, 코사인법칙에 따라 문제를 풀어주시면 됩니다 .

왜 다른 문제와의 차이가 생길까? 다른 문제를 풀 때와 비슷한 점이 무엇일까 ?
이런 것들을 시험을 본 이후에 고민하시는게 좋습니다.
영어 : 단어와 문법이 해석에 연결됨을 확인하세요 .

영어와 한국어가 다른 점은 두가지입니다.

알파벳과 훈민정음의 차이.
문법의 차이.

이 두가지만 정복하시면 문장해석은 됩니다.

문장 해석만 완벽하게 되신다면, 그 다음은 글 전체를 이해하는 능력입니다 .

그러므로, 기본은 문장 해석에 두시고 , 세부적인 전략을 세우셔야합니다 .

제 경우에는, 해석이 안되는 문장 전부에 형광펜으로 표시를 했었습니다 .

그리고 그 표시한 부분의 문장을 몇개씩 해석하는 것으로 모의고사 복습을 진행했었어요.

제가 영어 실력이 좋지 않았기 때문에, 일단 문장의 해석에 매우 크게 초점을 맞추었어요 .

세부적인 문제 유형별 전략은 그 이후에 생각해도 되고, 여러분은 이미 아실겁니다 .

우선 기초체력을 확실하게 해두는 것이 중요할 것입니다.

다시 복습하실 때, 해석이 안되는 문장을 찾아주세요 .

그 문장이 왜 해석이 안되는지를 단어 혹은 문법에서 반드시 찾으셔야합니다.

단어와 문법지식을 그 문장에 적용하셔서 해석이 되는지를 확인하세요.

그것의 반복이 기본적인 영어 공부의 방법입니다.

이 정도의 과정을 통하면, 모의고사의 정리를 효과적으로 했다고 할 수 있습니다 .

매우 뻔한 얘기지만, 반드시 해야하는 것입니다 . 이 시험은 실전이 아니지만 , 한번의 기회입니다 .

이전에 어느분이 이런말을 하신적이 있는데 그 의미가 공감이 됩니다.

모의고사는 부족하면 틀려야하는 시험입니다.
수능은 몰라도 찍어서라도 맞춰야하는 시험입니다.
점수 잘맞았다고 좋아하지 마세요. 점수 못나왔다고 실망하지도 마세요 .
중요한것은 여러분이 무엇이 부족하고 어떻게 채울것이며
그 채운것을 끝까지 쓰려면 어떻게 해야하는가입니다.

모의고사 잘 보시고 약점 잘 채워서 건승하시길 바랍니다.

각종 Q & A

Q1. 실전 모의고사는 주에 몇번을 푸는게 좋을까요? N제랑 실모 중 뭘 선택할까요?

A : 실전모의고사는 실력을 알기 위해서 하는 것입니다. 실력을 늘리려면 복습을 해야하는 것이에요

즉, 복습을 할 때 실력이 느는 것이지, 문제를 단순히 풀기만하고 되돌아보지 않을 때 실력이 오르는게 아닙니다.

실전모의고사를 주 5회씩 때려박는게 좋은 것이 아니리라 생각합니다. 복기할 시간이 그만큼 줄어들테니까요.

저는 개인적으로는 무료 실전모의고사를 주로 풀었었습니다. 예전에는 포만한 직전 오프도 보러갔었고...

무료 실모를 참 많이 본 기억이 있네요.

어느정도 돈이 한정되어있기에 실전모의고사를 한정없이 풀 수도 없었습니다.

그래서 저는 주 1회 혹은 주 2회로 실전모의고사를 공부했었는데 그것이 오히려 더 좋았던 것 같습니다.

주 2회를 기준으로 한다면, 하루는 수학 실모를 푸시고 채점을 하며, 오답의 이유를 가볍게 찾으세요.

둘째 날에는 해설을 참고하면서 어떤 부분에서 내가 약했는지를 한번 교과서와 기출, 그리고 여러 문제집들을 다시 참고해보면서 점검합니다.

셋째 날에는 그 찾은 여러 문제들과 그 문제를 다시 정리하면서 앞으로의 행동양식을 정해보게 되겠지요.

만약 모자란 것이 없다면 이 사이클은 2일, 혹은 하루에도 끝날 수 있습니다. 그럴 때는 실모를 더 추가해도 되겠지요.

실모를 풀 때 안정적인 검토시간 확보하면서 100점이 나오지 않는다면 당연히 필요한 사이클입니다.

복습이 단순히 푸는 것 보다 훨씬 중요하다는 사실을 제발 기억하세요.

Q2. 점수가 폭락했어요..ㅠㅠ 열심히 했는데 왜그럴까요? 학원 그만둘까요?

이런 질문을 어제 10번정도 받은 것 같습니다.

단언하건대, 포기해도 되고 학원 그만둬도 됩니다. 뭐 길게봐도 괜찮고, 지금 하는거 때려쳐도 됩니다.

그런데 그 말들을 하고있는 학생들 보면 지금 폭락한 이유조차 나열하지 않고서 말하시는 학생이 대부분이었습니다.

점수가 떨어졌다면 점수가 떨어진 것에 슬퍼하는 것이 먼저가 아니에요

지금 할 수 있는 것은 무엇때문에 이런 상황이 발생했는가를 찾고 예방하는 것입니다.

지금 찾을 수 있는 시간 있으시잖아요. 왜 갑자기 포기하려고 하지요? 왜 제대로 생각해보지 않고 결정하죠?

부족한 부분을 나열하고 해결할 계획을 세워보세요. 그 계획 이전에 막막하고 기분이 상하는 것을 우선하지마세요.

Q3. 올해 수능 포기할까요?

마찬가지입니다. 해도 됩니다.

그러나, 저는 지금 당장 70일 올인하는게 더 낫다고 봅니다.

예를 들어서 지금 문과인데 이과로 돌려서 수능 보기 위해 70일동안 이과 개념 공부하시는 분이나,

반대의 경우 등이 있을 수 있습니다. 아니면 한과목이 낮아서 그 과목 보충하는 경우도 있겠죠.

그런데, 저는 최선을 다하는 경험이 그 70일의 순수 시간보다는 훨씬 중요하다고 생각합니다.

여러분의 인생에서 최선을 다하는 경험이 더욱 중요합니다. 지금 피하시는 것보다요.

만약 그렇게 올인했다고 칩시다. 내년 6월, 9월에 다시 평가원 시험이 망하면 또 도망치실건가요?

앞으로 무엇을 하시던간에 그렇게 하지는 마십시오. 지금 최선을 다하시는 경험이 되던 안되던 그 어떤것보다 중요합니다.