제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

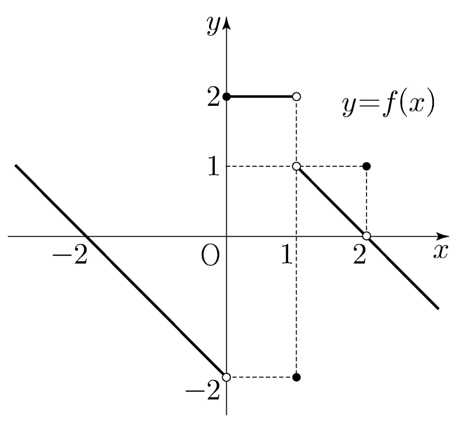
2. 함수 $f(x)=x^3+9$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2\theta=\frac{4}{9}$ 일 때, $\sin^2\theta+\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{4}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{9}$ ④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ 0

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 0-} f(x)+\lim_{x \to 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$$

일 때, $a_6 + a_7$의 값은? [3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x) = \begin{cases} x + a & (x < -1) \\ x & (-1 \le x < 3) \\ bx - 2 & (x \ge 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

7. 닫힌구간 $[0, \pi]$에서 정의된 함수 $f(x) = -\sin 2x$가 $x = a$에서 최댓값을 갖고 $x = b$에서 최솟값을 갖는다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $(a, f(a))$, $(b, f(b))$를 지나는 직선의 기울기는? [3점]

① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{3}{\pi}$ ④ $\frac{4}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{\pi}$

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(5)$의 최솟값은? [3점]

(가) $f(1)=3$
(나) $1<x<5$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq 5$이다.

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

9. 두 함수

$$f(x)=x^3-x+6,\quad g(x)=x^2+a$$

가 있다. $x\geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x)\geq g(x)$$

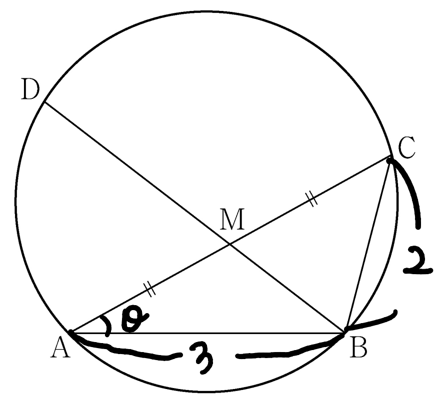
가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$x^3-x+6 \geq x^2+a$

$x^3-x^2-x+6 \geq a$

10. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$, $\overline{AC}>3$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{7}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]



① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

AM $=k$ 라 하면

△ABC에서 코사인 법칙에 의해

$4=4k^2+9-2\cdot 2k\cdot 3\cdot\frac{7}{8}$

$4k^2-\frac{21}{2}k+5=0$

$k=2$

△ABM에서 코사인 법칙에 의해

$MB^2=4+9-2\cdot 2\cdot 3\cdot\frac{7}{8}=\frac{5}{2}$

$MB=\frac{\sqrt{10}}{2}$

$MD\cdot MB=MA\cdot MC$ 이므로

$\therefore MD=\frac{4\sqrt{10}}{5}$

모르면 초중 수준이니 중등기하 복습 ㄱㄱ

11. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=2-t, \quad v_2(t)=3t$$

이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

t_0라 하자

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

$\int_0^{t_0} v_1(t)dt = 2t_0 - \frac{1}{2}t_0^2 = 0$ 변위 = 0

$\Rightarrow t_0 = 4$

$\int_0^{t_0} |v_2(t)|dt = \int_0^4 3t\,dt = 24$

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

(가) $a_5 \times a_7 < 0$

(나) $\sum_{k=1}^{6} |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^{6} |a_{2k}|$

① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

$a_n = a + 3(n-1)$ 이라 하자

(가)에 의해

$a_5 \cdot a_7 < 0 \Rightarrow (a+12)\cdot(a+18) < 0 \Rightarrow -18 < a < -12$

$+$ $-$

이고 a_6 부호는 모른다

(나)를 풀어 쓰면

$|a_7| + |a_8| + \cdots + |a_{12}| = 6 + |a_2| + |a_4| + \cdots + |a_{12}|$

$a_7 + a_9 + a_{11} = 6 - a_2 - a_4 + |a_6|$ $|a_8| + |a_{10}| + |a_{12}|$ 제거

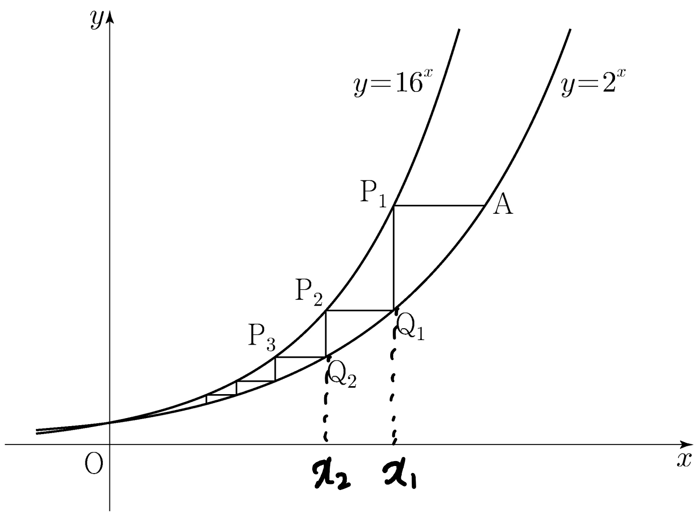
$5a + 78 = |a_6| = |a+15|$

$a = -\frac{31}{2}$

$\therefore a_{10} = -\frac{31}{2} + 27 = \frac{25}{2}$

13. 두 곡선 $y=16^x$, $y=2^x$과 한 점 $\mathrm{A}(64,\ 2^{64})$이 있다.
점 A를 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$과 만나는 점을 P_1이라 하고, 점 P_1을 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 Q_1이라 하자.
점 Q_1을 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$과 만나는 점을 P_2라 하고, 점 P_2를 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 Q_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 두 점을 각각 P_n, Q_n이라 하고 점 Q_n의 x좌표를 x_n이라 할 때,
$x_n < \frac{1}{k}$을 만족시키는 n의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k의 개수는? [4점]

① 48　② 51　③ 54　④ 57　⑤ 60



$16^{x_1} = 2^{64}$

$x_1 = 16$

$2^{x_n} = 16^{x_{n+1}}$ 이므로

$x_{n+1} = \frac{1}{4}x_n \Rightarrow x_n = 16\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

$x_6 < \frac{1}{k}$ 이고 $x_5 \geq \frac{1}{k}$ 이므로

$\frac{1}{64} < \frac{1}{k} \leq \frac{1}{16} \Rightarrow 16 \leq k < 64$

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가

$$g(x) = \begin{cases} -\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt & (x<0) \\ \displaystyle\int_0^x f(t)\,dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$g'(x) = \begin{cases} -f(x) & (x<0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$

가 이차함수라고 보는 게 편하다.
도함수는 유일하기 때문이다.

<보 기>

ㄱ. $f(0)=0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $2 < f(1) < 4$일 때, 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

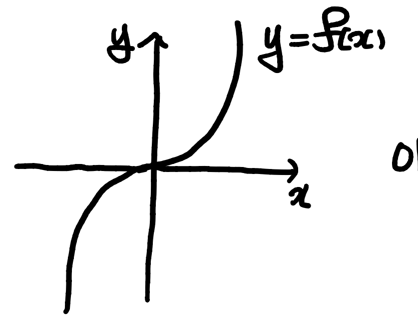
① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<참고>
다항함수는 C^∞ 함수
$\Rightarrow$ n계도함수가 연속
$n \in \mathbb{N}$

ㄱ. 다항함수의 도함수는 연속이므로
$-f(0) = f(0) = 0$

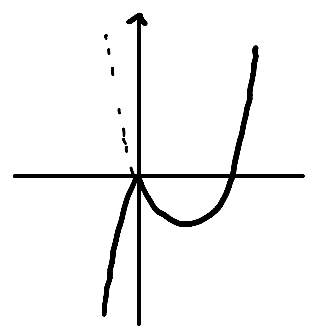
ㄴ. $g'(x)$가 최고차항이 3인 이차함수려면

i)



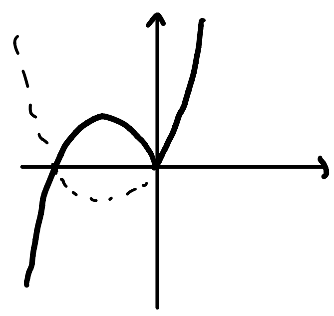
이렇게 생겨먹어도 되고,

이렇게 생겨 먹어도 되고



ii)

iii)



이래도 되는데
얘 말고는 극대가 없어서
ㄴ이 참인 명제는 아니다.

ㄷ. i)은 뭔 짓을 하든 3개

$g'(x) = 3x(x-\alpha)$라 하면

$f(1) = g'(1) = 3-3\alpha \Rightarrow -\frac{1}{3} < \alpha < \frac{1}{3}$

$f'(0) = -3\alpha \Rightarrow -1 < -3\alpha < 1$

ii), iii)도 교점이 3개다 그려보길 바람 (자리 부족)

15. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1 = 0$이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \dfrac{1}{k+1} & (a_n \le 0) \\ a_n - \dfrac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$
>
> 이다.

정보가 없으니 일단 써본다

$a_{22} = 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$0,\ \underset{>0}{\dfrac{1}{k+1}},\ \underset{<0}{\dfrac{1}{k+1}-\dfrac{1}{k}},\ \dfrac{2}{k+1}-\dfrac{1}{k},$

$k>1$: $\dfrac{2}{k+1}-\dfrac{2}{k},\ \dfrac{3}{k+1}-\dfrac{2}{k}$ ($k>2$ / $k=2$) $\cdots$

$k=1$: $\dfrac{1}{k+1}$

여기서 패턴이 안 보이면…

0이 나오면 도르마무라

0이 나오는 주기가 k에 대하여 정해진다. ex) $k=1$일 때

$a_1 = a_4 = a_7 = \cdots = 0$

즉, 0이 나오는 주기가 21의 약수여야 한다.

$k=1 \Rightarrow$ 주기 3

$k=3 \Rightarrow$ 주기 7 주기는 $2k+1$이다

$k=10 \Rightarrow$ 주기 21

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+2)+\log_2(x-2)=5$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=8x^3+6x^2$이고 $f(0)=-1$일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. [3점]

18. $\sum_{k=1}^{10}(4k+a)=250$ 일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

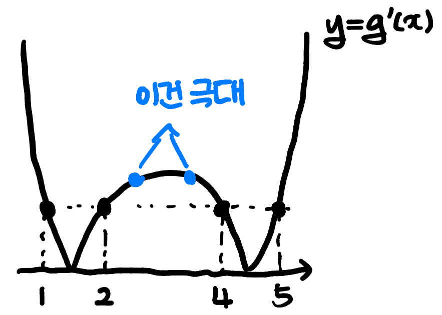
19. 함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$는 $x=1$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 4일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\int_x^{x+1}|f(t)|dt$는 $x=1$과 $x=4$에서 극소이다. $f(0)$의 값을 구하시오. [4점]

$g'(x)=|f(x+1)|-|f(x)|$

$|f(2)|-|f(1)|=0,$

$|f(5)|-|f(4)|=0$



극소는 도함수가 - → + 임을 기억하자

조건을 만족하는 점은 이차함수의 대칭성에 의해 함숫값이 같다.

$f(1)=f(5)$ 이므로

$f(x)=2(x-3)^2+k$

$f(1)+f(2)=0$ 이므로

$k=-5$

$\therefore f(0)=13$

21. 자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

$4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right) = \frac{2}{3}\log_2\left(\frac{3}{4n+16}\right) = m \in \mathbb{Z}$ 정수

$\frac{3}{4n+16} = 2^{\frac{3}{2}m}$ 에서

$\frac{3}{4n+16} < 1$ 은 유리수이므로 m은 짝수이며 음수다

$m = -2m'$, $m' \in \mathbb{N}$ 라 하자.

$\frac{3}{4n+16} = 2^{-3m'} \Rightarrow \frac{4n+16}{3} = 2^{3m'}$

$4n+16 = 3\cdot 2^{3m'} \Rightarrow n+4 = 3\cdot 2^{3m'-2}$

$\Rightarrow n = 3\cdot 2^{3m'-2} - 4$

$m'=1 \Rightarrow n=2$

$m'=2 \Rightarrow n=44$

$m'=3 \Rightarrow n=380$ 대략 8배 커지므로 이게 끝

$\therefore 2+44+380 = 426$

22. 두 양수 a, $b(b>3)$과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x<0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$의 값을 구하시오. [4점]

> $\lim_{x\to -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2}$ 의 값이 <u>존재하지 않는</u> 실수 t의 값은 -3과 6뿐이다.

유리화하면

$\lim_{x\to -3} \frac{|g(x)|}{(x+3)^2\left(\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} + |g(t)|\right)}$ 이고

$t=-3, 6$ 일 때를 제외하면 극한이 존재하므로

$f(-3)=0$ 이어야 한다. → 극한의 존재는 분모의 영향 ⇒ $(x+3)^2$, 즉 0^2 상쇄해야함

극한을 살펴보면

$g(t)=0$ 이면 발산하고

$g(t) \neq 0$ 이면 수렴함을 알 수 있다.

$f(x) = (x+3)(x-k)$라 하자

$g(x)=0$의 근은 $x=-3, 6$만 존재해야 한다.

$(x+a)f(x-b)=0$ $(x \geq 0)$ 에서

$b-3>0$ 이므로

$b-3 = b+k = 6$ 또는 $b+k<0$, $b=9$

후자의 경우 $k<-3$이므로 $g(k)=0$이라 조건에 위배된다.

따라서 $k=-3$ 이고 $b=9$이다.

g 연속함수 $\Rightarrow 3f(0) = af(-b)$

$\Rightarrow 27 = a\cdot 36 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$

$\therefore g(4) = \left(4+\frac{3}{4}\right)\cdot(2)^2 = 19$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+3n}-\sqrt{n^2+n}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

24. 곡선 $x^2-y\ln x+x=e$ 위의 점 (e, e^2)에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $e+1$ ② $e+2$ ③ $e+3$ ④ $2e+1$ ⑤ $2e+2$

$2x-\frac{y}{x}+1-\ln x\frac{dy}{dx}=0$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=e}=e+1$

25. 함수 $f(x)=x^3+2x+3$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(3)$의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

$f(0)=3 \Rightarrow g(3)=0$

$f(g(x))=x$

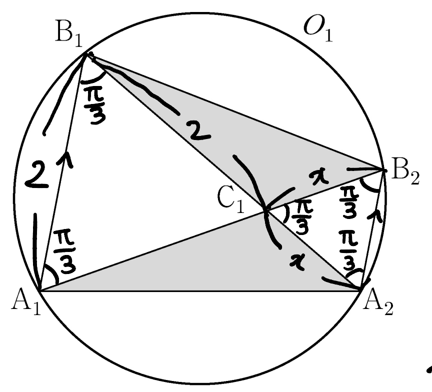
$f'(g(x))g'(x)=1$

$f'(g(3))\cdot g'(3)=1$

$g'(3)=\frac{1}{f'(0)}=\frac{1}{2}$

26. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2$, $\overline{B_1A_2}=3$이고 $\angle A_1B_1A_2=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 $A_1A_2B_1$과 이 삼각형의 외접원 O_1이 있다.
점 A_2를 지나고 직선 A_1B_1에 평행한 직선이 원 O_1과 만나는 점 중 A_2가 아닌 점을 B_2라 하자. 두 선분 A_1B_2, B_1A_2가 만나는 점을 C_1이라 할 때, 두 삼각형 $A_1A_2C_1$, $B_1C_1B_2$로 만들어진 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 점 B_2를 지나고 직선 B_1A_2에 평행한 직선이 직선 A_1A_2와 만나는 점을 A_3이라 할 때, 삼각형 $A_2A_3B_2$의 외접원을 O_2라 하자. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 B_3, C_2를 잡아 원 O_2에 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]

R_1



$x=1$

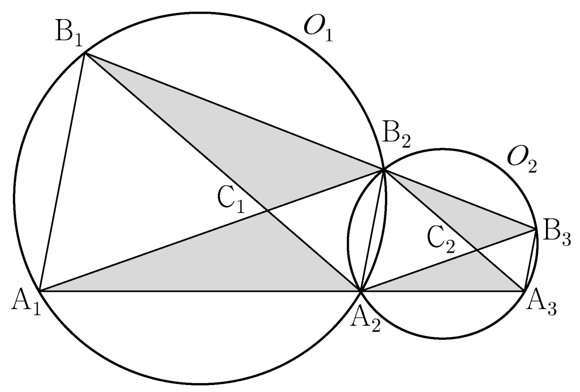
$S_1=2\times\frac{1}{2}\cdot 2\cdot x\sin\frac{2\pi}{3}$

$=\sqrt{3}x$

$=\sqrt{3}$

$\lim_{n\to\infty} S_n=\frac{\sqrt{3}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

R_2



⋮ ⋮

① $\frac{11\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{13\sqrt{3}}{9}$

④ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

27. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n}-\frac{3n+7}{n+2}\right)$$

이 실수 S에 수렴할 때, S의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$a_n = d(n-1)+4$라 하자

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{n}-\frac{3n+7}{n+2}\right) = d-3=0$$ 수렴 판정

수렴함이 자명하므로

$d=3 \Rightarrow a_n = 3n+1$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n}-\frac{3n+7}{n+2}\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{n}-\frac{3n+7}{n+2}\right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$$
$$= 1+\frac{1}{2}$$
$$= \frac{3}{2}$$

28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases}\ln|f(x)| & (f(x)\neq 0)\\ 1 & (f(x)=0)\end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$의 극솟값은? [4점]

(참고)
$f(x)$가 미분가능하므로
합성함수 $\ln|x| \circ f(x) = \ln|f(x)|$도
그 정의역에서 미분가능하다

(가) 함수 $g(x)$는 $x\neq 1$인 모든 실수 x에서 연속이다. (나) 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극대이고, 함수 $\lvert g(x)\rvert$는 $x=2$에서 극소이다. (다) 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

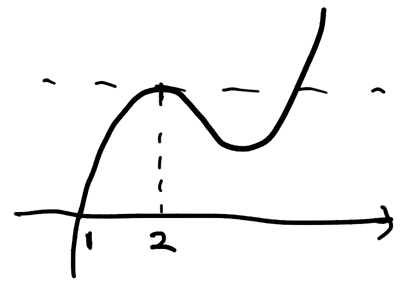
① $\ln\frac{13}{27}$ ② $\ln\frac{16}{27}$ ③ $\ln\frac{19}{27}$ ④ $\ln\frac{22}{27}$ ⑤ $\ln\frac{25}{27}$

$g(x)$는 $f(x)=0$일 때만 불연속이므로
(가)에 의해 $x\neq 1$이면 $f(x)\neq 0$이다. ← 삼차방정식 $f(x)=0$은 적어도 하나의 실근을 가지므로
$\Rightarrow f(1)=0$

(나)에 의해 $|g(x)|$가 $x=2$에서 극대, $g(2)<0$
$\Rightarrow g'(2)=0,\ g(2)\leq 0$
$\Rightarrow f'(2)=0,\ 0<|f(2)|\leq 1$ $g'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}$ $(x\neq 1)$
→ 여기다 절댓값 쓰는 사람 개념 정리나 하시길

(다)에 의해
방정식 $|f(x)|=1$의 서로 다른 실근이 3개임을 안다.

종합하면 $f(x)$의 개형은 다음과 같다.



$f(2)<0$ 면서 극소인 케이스는
(가)에 위배된다
(나),(다)에 의해 $f(2)=1$이다.

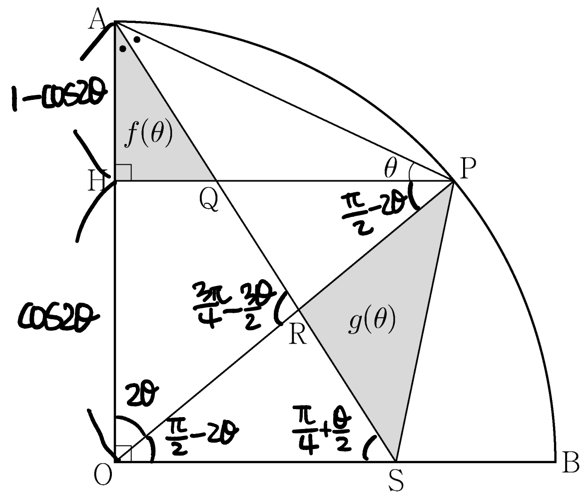
$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2(x-\alpha)+1$
$f(1)=\frac{1}{2}(1-\alpha)+1=0 \Rightarrow \alpha=3$
극소는 $x=\frac{8}{3}$에서 나오고 $f(x)$의 극소, $|f(x)|$의 극소가 같고,
$g(x)$의 극소는 $|f(x)|$가 극소일 때 이므로
극솟값은 $g(\frac{8}{3})=\ln|f(\frac{8}{3})|=\ln\frac{25}{27}$

※ 삼도극 안 나올 거 같아서 적당히 근사로 풂

단답형

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle$OAP를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle \mathrm{APH} = \theta$일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to0+}\frac{\theta^3\times g(\theta)}{f(\theta)} = k$일 때, $100k$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]

$\bullet = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}$



$\overline{HQ} = (1-\cos 2\theta)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)$

$f(\theta) = \frac{1}{2}(1-\cos2\theta)^2\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)$

$= 2\sin^4\theta\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right) \approx 2\theta^4$

사인법칙을 이용하면

$\overline{SR} = \frac{\overline{OS}}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{3\theta}{2}\right)}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right)$

$= \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{3\theta}{2}\right)}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right) \approx \sqrt{2}$

$\overline{PR} = \frac{\overline{AP}}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{3\theta}{2}\right)}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)$

$= \frac{2\sin\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{3\theta}{2}\right)}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right) \approx 2\theta$

$g(\theta) = \frac{1}{2}\overline{SR}\times\overline{PR}\times\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{3\theta}{2}\right) \approx \theta$

$\lim_{\theta\to0+}\frac{\theta^3\times g(\theta)}{f(\theta)} = \frac{1}{2} = k$

$\therefore 100k = 50$

30. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x) = \frac{x^2-ax}{e^x}$$

이다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x-t)+f(t)$$

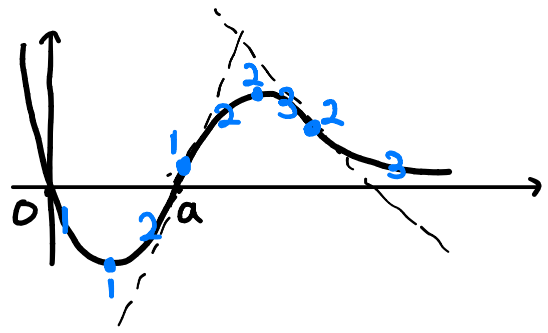
$x=t$에서의 접선과 만나는 점의 개수

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자.

$g(5)+\lim_{t\to5}g(t)=5$일 때, $\lim_{t\to k-}g(t) \neq \lim_{t\to k+}g(t)$를 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$f'(x) = (-x^2+(a+2)x-a)e^{-x}$

방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 실근 2개를 가짐이 자명하므로 $f(x)$의 개형과 g의 값은 다음과 같다.



이거 못 찾는 건 솔직히 좀 심각하다... 미적 안 하는걸 추천한다.

$g(5)+\lim_{t\to5}g(t)=5$ 이려면 $x=5$에서 $f(x)$의 변곡점이어야 한다.

$f''(x) = (x^2-(a+4)x+2a+2)e^{-x}$

$f''(5)=0 \Rightarrow a=\frac{7}{3}$

$\lim_{t\to k+}g(t) \neq \lim_{t\to k-}g(t)$ 이려면 $f(x)$가 $x=k$에서 극값을 가진다.

$f'(x) = \left(-x^2+\frac{13}{3}x-\frac{7}{3}\right)e^{-x}=0$의 근의 합은 $\frac{13}{3}$이다.

$\therefore p+q=16$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.