

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

이. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\{(x, y) \mid \log_2 x \leq y \leq 2^x\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

(가) x 좌표와 y 좌표는 모두 자연수이다.

(나) $n+2^n < x+y \leq n+1+2^{n+1}$

$f(2)+f(3)+f(4)$ 의 값을 구하시오. [by 박주혁]

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

02.

1이상 7이하인 두 자연수 m, n 에 대하여 함수 $y = \left(\frac{m}{5}\right)^x$ 과

함수 $y = \left(\frac{4}{n}\right)^x$ 이 직선 $x = k$ 와 만나는 점을 각각 A_k, B_k 라고 하자.

$\overline{A_k B_k} = 1$ 을 만족하는 k 의 개수가 2개일 때의 모든 순서쌍

(m, n) 의 개수를 a 개, k 의 개수가 1개일 때의 모든 순서쌍

(m, n) 의 개수를 b 개라고 할 때, ab 의 값을 구하시오. [by JnS]

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

03. 자연수 n 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + n - 5, \quad y = \log_3(-x + n - 5)$$

과 두 곡선 각각의 점근선으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를

a_n 이라 하자. 예를 들어, $a_5 = 3$ 이다. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

[by 포카칩 : 2015학년도 포카칩 9월모의평가 30번]

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

04. 영역

$$\{(x, y) \mid 0 \leq \log_2(x+y) \leq a, y \leq \log_2(x+1)\}$$

에 속한 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수가 2^{22} 보다 작도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점] [by 리듬농구]

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

05. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여, 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \leq f(x+2)) \\ f(x+2) & (f(x) \geq f(x+2)) \end{cases}$$

함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(5)$ 의 값을 구하시오. [by 포카칩 문제변형]

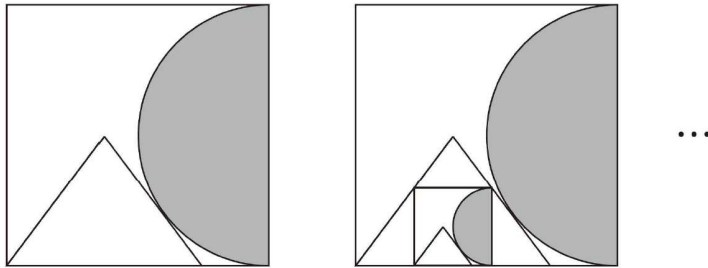
(가) $g(t)$ 는 $t=2, t=4$ 에서만 극솟값을 갖는다.

(나) $g'(-2) = 0$

06. 한 변의 길이가 2인 정사각형의 한 변을 지름으로 하고 정사각형 내부에 있는 반원을 그린다. 이때, 세 변의 길이의 비가 5 : 5 : 6인 이등변삼각형을 정사각형과 한 꼭짓점을 공유하고, 가장 긴 변이 정사각형의 한 변에 포함되며, 한 변이 반원에 접하도록 그리고 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

R_1 에서의 이등변삼각형에 정사각형의 한 변이 이등변삼각형의 가장 긴 변에 포함되도록 내접시키고, 이 정사각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 n 번 반복하여 얻은 도형 R_n 에 있는 모든 반원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [by 리듬농구]



R_1

R_2

- ① $\frac{50}{91}\pi$
- ② $\frac{25}{46}\pi$
- ③ $\frac{50}{93}\pi$
- ④ $\frac{25}{47}\pi$
- ⑤ $\frac{10}{19}\pi$

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

07.

4차 다항함수 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 가 있다.

다음 조건을 읽고, 조건에 맞는 $f(x)$ 의 개수를 구하시오. [by 박주혁]

(가) a, b, c, d, e 는 모두 음이 아닌 정수이다.

(나) $f'(-x) = -f'(x)$

(다) $f(0) \geq 4$, $f(1) \leq 14$

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

08. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 두 자연수 a, b 와 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 $g(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^5 g(n)$ 의 값을 구하시오. [4점] [by 리듬농구]

(가) $1 \leq a \leq b < 100$

(나) $f(a) + f(b) = \log n$

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

09. 최고차항의 계수가 1이고, $f'(0)=5$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다.
실수 t 에 대하여 집합 S 를

$$S = \{m \mid \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } f(x) \geq m(x-t) + f(t)\}$$

라 하고, 집합 S 의 원소의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가
 $t=-1$ 과 $t=2$ 에서만 불연속일 때, $f'(3)$ 의 값은? [4점] [by L]

- ① 39 ② 41 ③ 43 ④ 45 ⑤ 47

A형 2016 학년도 리얼킬러마스터

10. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [by 리튬농구]
[4점]

(가) $f(1) = 4$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq x^3 + 3x^2$ 이다.

(다) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq f'(-2)$ 이다.

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

A형 2016 학년도 리얼컬러마스터

A형 정답표

01.	441	06.	①
02.	522	07.	220
03.	494	08.	28
04.	171	09.	②
05.	100	10.	③